

Bewertung der Schallabstrahlung dünnwandiger Strukturen anhand der Analyse der Strukturintensität

Clarissa Schaal¹, Peter Groba², Joachim Bös¹, Tobias Melz¹

¹ TU Darmstadt, Fachgebiet Systemzuverlässigkeit, Adaptronik und Maschinenakustik SAM, 64289 Darmstadt

² Strukturodynamik und -analyse, BMW Group, 80788 München

Einleitung und Vorgehensweise

Die Strukturintensität (STI) ist eine Strukturgröße, die zunehmend das Interesse von Forschung und Industrie im Bereich der Maschinenakustik weckt. Beide Gruppen setzen große Hoffnungen auf Problemlösungen bei akustischen Strukturoptimierungen durch die Nutzung der Informationen, welche die STI liefert. Dieser Beitrag zeigt am Beispiel unterschiedlich modifizierter Plattenmodelle, wie die Analyse der STI genutzt werden kann, um die abgestrahlte Schalleistung dieser Strukturen vergleichend zu bewerten.

Zunächst werden die Analyse- und Vergleichsgrößen STI und äquivalent abgestrahlte Schalleistung (ERP) vorgestellt und anschließend werden die untersuchten Modelle beschrieben. In einem ersten Analyseschritt erfolgt ein Vergleich der STI zweier Modelle. Anhand beobachteter visueller Unterschiede werden STI-basierte Kenngrößen definiert, die diese Unterschiede beschreiben. Dem schließt sich ein direkter AB-Vergleich der Werte dieser Kenngrößen mit denen der ERP an. Dies dient der Überprüfung, ob die Kenngrößen erwartungsgemäß richtig bewerten, welches Modell lauter oder leiser ist. Danach werden die Kenngrößen für alle Modelle berechnet und die Modelle werden anhand der Kenngrößen in drei Gruppen – laut, mittel, leise – eingeteilt. In einer Gegenüberstellung der Gruppierungen mit den zugehörigen ERP-Werten der Modelle wird überprüft, ob die abgestrahlte Schalleistung der Modelle anhand der STI-basierten skalaren Kenngrößen relativ zueinander richtig bewertet wird.

Strukturintensität

Diese Arbeit untersucht die Eignung der STI zur Bewertung der abgestrahlten Schalleistung einer Struktur. „STI“ bezieht sich in dieser Arbeit auf die „aktive STI“

$$\vec{I}_{S,a}(f) = \text{Re} \left(\vec{I}_S(f) \right) = \left\langle \vec{I}_S(t) \right\rangle, \quad (1)$$

welche die Energieausbreitung des Körperschalls innerhalb einer Struktur im eingeschwungenen Zustand beschreibt [1]. In Gleichung (1) stehen f und t für die Frequenz bzw. die Zeit. Der Unterstrich markiert komplexe Größen. Die STI entspricht damit dem Energiefluss, der sich in einer harmonisch schwingenden Struktur im zeitlichen Mittel – in Gleichung (1) markiert durch die spitzen Klammern – einstellt. In dünnwandigen Strukturen wird die STI über das Produkt aus den Schnittkräften Q , N und den translatorischen Schwinggeschwin-

digkeiten v sowie den Schnittmomenten M und den rotatorischen Schwinggeschwindigkeiten $\dot{\varphi}$

$$\begin{aligned} \vec{I}_{S,a} &= \begin{bmatrix} I_{S,a,x} \\ I_{S,a,y} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \text{Re} \left(\left[\begin{array}{l} \underline{N}_x v_x^* + \underline{N}_{xy} v_y^* + \dots \\ \underline{N}_y v_y^* + \underline{N}_{yx} v_x^* - \dots \\ \dots \underline{M}_x \dot{\varphi}_y^* - \underline{M}_{xy} \dot{\varphi}_x^* + \underline{Q}_x v_z^* \\ \dots \underline{M}_y \dot{\varphi}_x^* + \underline{M}_{yx} \dot{\varphi}_y^* + \underline{Q}_y v_z^* \end{array} \right] \right) \end{aligned} \quad (2)$$

bestimmt [2]. Durch die Berechnung der STI entsteht ein Vektorfeld, das für jeden Ort (x, y) der Struktur – im Falle der numerischen STI-Berechnung für jedes Element – angibt, wie hoch die Flussdichte

$$\text{FD} = \left\| \vec{I}_{S,a}(f) \right\|_2 \quad (3)$$

ist und in welche Richtung die Energie fließt. Abbildung 1 zeigt beispielhaft den Verlauf der STI in einer Platte, die in ihrer 3. Eigenfrequenz angeregt wird.

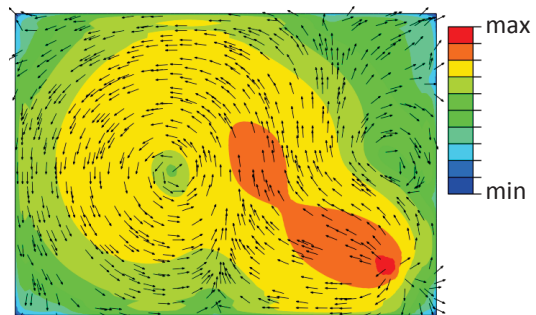


Abbildung 1: Beispielhafter Verlauf der STI in einer Platte.

Der farbliche Verlauf entspricht dabei der Flussdichte FD, während die Pfeile die Richtung des Energieflusses darstellen. Das Flussdichtemaximum rechts unten in der Abbildung kennzeichnet den Anregungspunkt. Ausgehend vom Ort der Anregung verteilt sich die Energie in der Struktur.

Äquivalent abgestrahlte Schalleistung

Die äquivalent abgestrahlte Schalleistung (ERP) wird in dieser Arbeit zur Beschreibung der abgestrahlten Schalleistung einer Struktur verwendet. Die ERP entspricht einer Näherung der tatsächlich abgestrahlten Schalleistung, da sie die Annahme trifft, dass der Abstrahlgrad konstant 1 ist [3]. Die ERP berechnet sich gemäß

$$\text{ERP}(f) = \frac{1}{2} \rho c S \overline{v_n^2(f)}. \quad (4)$$

Darin entsprechen ρ , c und S der Dichte der Luft, der Schallgeschwindigkeit bzw. der schallabstrahlenden Oberfläche. Der Index n bei der Schwinggeschwindigkeit v gibt an, dass es sich um den Anteil normal zur Fläche S handelt.

Da der Abstrahlgrad aller untersuchten Modelle im betrachteten Frequenzbereich unter 1 liegt, überschätzt die ERP die Schalleistung für diese Modelle. Die ERP ist für die vorliegenden Untersuchungen dennoch eine geeignete Größe, da Modelle nur relativ zueinander verglichen und bewertet werden. Von Interesse ist die Frage, ob ein Modell lauter (höhere ERP) oder leiser (geringere ERP) als ein Vergleichsmodell ist und nicht, wie laut es absolut gesehen ist.

Modelle

Für die vergleichenden Untersuchungen wird eine Gruppe an Modellvarianten basierend auf einer Platte erzeugt, um Modelle unterschiedlicher Schallabstrahlung zu erhalten. Dafür wird eine Rippe in ihrer Position ax_{Rip} , ax_{Rip} und Ausrichtung φ_{Rip} auf der Platte sowie in ihrer Länge l_{Rip} variiert, siehe Abbildung 2.

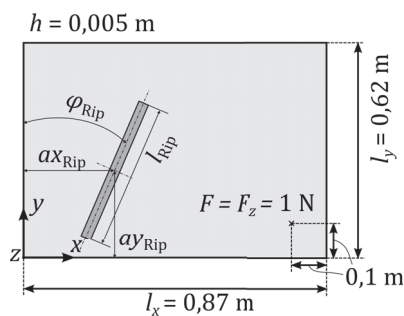


Abbildung 2: Untersuchte Modell-Varianten der Platte.

Die Werte der vier Parameter sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Die vollständige Kombination der vier Parameter ergibt insgesamt 882 Modellvarianten.

Tabelle 1: Werte der Modellparameter.

Parameter	Werte
ax_{Rip} in mm	160, 190, 200, 250, 280, 310, 340
ay_{Rip} in mm	160, 210, 260, 310, 360, 410, 460
φ_{Rip} in °	0, 30, 60, 90, 120, 150
l_{Rip} in mm	100, 200, 300

Die Modelle werden als Finite-Elemente(FE)-Modell in Abaqus aufgebaut und berechnet. Die Platte wird dabei jeweils als shell und die Rippe als „skin“ modelliert [4, Kap. 36]. Sowohl Platte als auch Skin werden die Materialkennwerte von Stahl zugewiesen.

Zur Bestimmung der jeweiligen Eigenfrequenzen wird bei allen Modellen zunächst eine Modalanalyse durchgeführt. Anschließend folgen für jedes Modell in den jeweiligen ersten 15 Eigenfrequenzen harmonische Analysen. Diese 15 Analysen bei unterschiedlicher Anregungsfrequenz werden im Folgenden entsprechend der Reihenfolge ihres Auftretens (aufsteigende Anregungsfrequenz) Anregungsmodus n genannt. Später werden die Kenngrößen

und die ERP der verschiedenen Modelle immer innerhalb der gleichen Anregungsmodus n verglichen.

Ableitung STI-basierter skalarer Kenngrößen

Die STI-Verläufe in der Anregungsmodus 7 zweier unterschiedlich modifizierter Modelle (A und B) sind in Abbildung 3 gegenübergestellt.

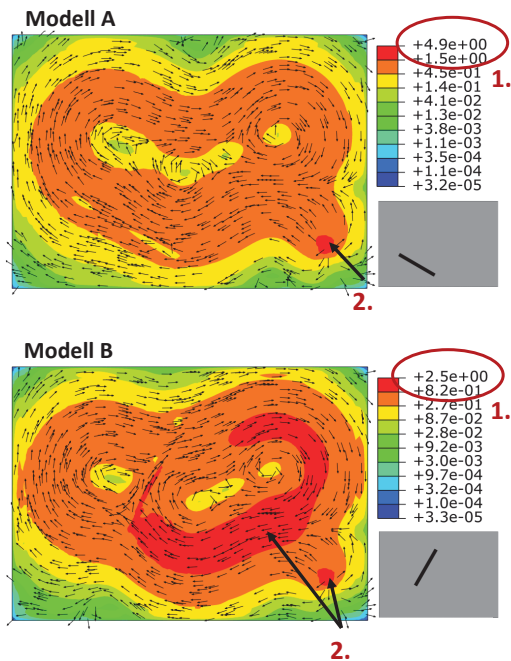


Abbildung 3: Gegenüberstellung der STI zweier Modelle A und B in der Anregungsmodus 7.

Der einfache visuelle Vergleich beider STI-Verläufe verdeutlicht, dass sich beide Verläufe ähneln – die grundsätzliche Richtung der STI stimmt in den meisten Bereichen überein. Dennoch bestehen auch klare Unterschiede. Die zwei auffälligsten Unterschiede sind das (maximale) Energieniveau (1.) und die Verteilung der Energiemenge innerhalb der Struktur (2.). Das Energieniveau kann anhand der maximalen Flussdichte identifiziert werden, welche in Modell A knapp doppelt so hoch wie in Modell B ist. Die Verteilung der Energiemenge innerhalb der Struktur lässt sich über die Größe der Bereiche mit einer hohen Flussdichte ermitteln – visuell ist das beispielsweise an der Ausdehnung der rot eingefärbten Bereiche zu erkennen. Bei Modell A ist der rote Bereich klein und liegt nur im Bereich der Kraftanregung. Dort ist die Energie in einem sehr kleinen Strukturbereich wesentlich höher als im Rest der Struktur. Bei Modell B hingegen ist der rote Bereich deutlich größer und erstreckt sich auch entlang eines Energiepfades; der Strukturbereich, in dem eine – im Vergleich zum Maximum – hohe Flussdichte vorliegt, ist größer.

Die beiden visuell beschriebenen Unterschiede sollen in je eine STI-basierte skalare Kenngröße „übersetzt“ werden. Das Energieniveau (1. Punkt in Abbildung 3) kann direkt mit der maximalen Flussdichte

$$FD_{\max}(f) = \max(FD_i(f)) \quad (5)$$

beschrieben werden, wobei i die Laufvariable über alle N Elemente ist. Um den Umstand einer unterschiedlichen Flussdichteverteilung innerhalb der Struktur in eine weitere Kenngröße zu fassen (2. Punkt in Abbildung 3), gibt es mehrere Möglichkeiten. Je größer die Fläche einer hohen Flussdichte – bei gleichem (maximalen) Energieniveau – ist, desto größer wird meist auch der arithmetische Mittelwert der Flussdichte FD_{arith} (räumlich gemittelt). Da sich das Energieniveau der Strukturen aber unterscheiden kann, sollte die mittlere Flussdichte in einen Bezug zum Energieniveau gesetzt werden. Das Energieniveau könnte erneut durch die maximale Flussdichte beschrieben werden. Um allerdings nicht zwei Kenngrößen zu bilden, die auf der maximalen Flussdichte basieren, wird stattdessen die Flussdichte am Anregungsort FD_F verwendet, welche zwar meist von der maximalen Flussdichte abhängig ist, je nach Modell aber auch unabhängig sein kann – für die Modelle, in denen das Maximum (FE-bedingt) nicht am Anregungsort liegt. Möglichkeiten, um beide Größen (FD_{arith} und FD_F) in eine Beziehung zueinander zu setzen, sind das Verrechnen beider Größen mittels Subtraktion, Addition, Produktbildung oder Division. Um den qualitativen Unterschied in der Flussdichteverteilung – unabhängig vom Energieniveau – zu erfassen, wäre das Verhältnis (Division) beider Größen eine geeignete Kenngröße. Untersuchungen haben allerdings gezeigt, dass diese Kenngröße zur Bewertung der abgestrahlten Schalleistung weniger gut geeignet ist als die Differenz. Daher wird die Differenz zwischen der Flussdichte am Anregungsort und der arithmetisch gemittelten Flussdichte

$$\begin{aligned} \Delta_{FD_F - FD_{arith}}(f) &= FD_F(f) - FD_{arith}(f) \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 FD_i(f) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N FD_i(f), \end{aligned} \quad (6)$$

als zweite Kenngröße definiert. Da die Anregung als Punktkraft definiert ist, ergibt sich die Flussdichte am Anregungsort über die mittlere Flussdichte der vier Elemente, die direkt an den Anregungsort angrenzen. Die Kenngröße $\Delta_{FD_F - FD_{arith}}(f)$ wird definitionsgemäß nicht unabhängig vom Energieniveau der Strukturen sein und somit bei einem höheren Energieniveau ebenfalls ansteigen. Allerdings wird diese Information um die mittlere Flussdichte „korrigiert“ sein.

AB-Vergleich zweier Modelle anhand der Kenngrößen

Die Kenngrößen werden in einem AB-Vergleich nun dahingehend überprüft, ob sie im Falle der beiden Modelle aus Abbildung 3 richtig prognostizieren, welches Modell lauter ist. Modell A besitzt einen knapp doppelt so hohen ERP-Wert wie Modell B. Zu erwarten ist, dass beide Kenngrößen für Modell A ebenfalls höhere Werte aufweisen als für Modell B. Die Gegenüberstellung der Werte der ERP und der Kenngrößen beider Modelle zeigt Abbildung 4. Um die Unterschiede deutlicher sichtbar zu machen, sind die linearen Größen statt der Pegelgrößen aufgetragen. Ebenso ist prozentual angegeben, wie hoch

der ERP-Wert und die Kenngrößenwerte von Modell B bezogen auf die Werte von Modell A sind.

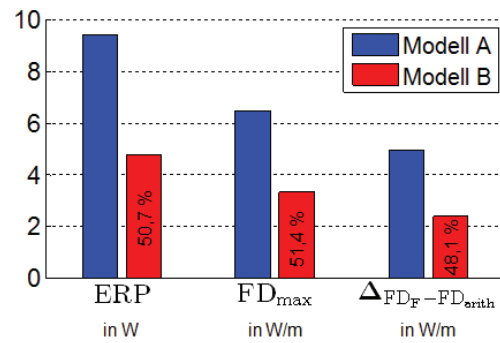


Abbildung 4: Vergleich der Werte von ERP und beider Kenngrößen für die Modelle A und B.

Die Erwartung wird erfüllt: Beide Kenngrößen geben klar an, dass Modell A lauter als Modell B ist. Innerhalb dieses AB-Vergleichs wird auch der Faktor, um den Modell A lauter als B ist, gut getroffen: Die Werte der Kenngrößen von Modell B erreichen wie auch der ERP-Wert ca. 50 % der Werte von Modell A. Da beide Kenngrößen in diesem untersuchten Fall (Anregungsmodus 7 zweier Modelle) richtig bewerten, welches Modell lauter ist, wird die Bewertung im nächsten Schritt auf alle Modelle und alle Anregungsmoden ausgeweitet.

Gruppierung aller Modelle anhand der Kenngrößen

Die beiden Kenngrößen $FD_{max}(f)$ und $\Delta_{FD_F - FD_{arith}}(f)$ sowie die ERP werden nun für alle Modelle und alle Anregungsmoden berechnet. Für jede Anregungsmodus werden anschließend alle Modelle basierend auf den beiden Kenngrößen in drei Gruppen – laut, mittel, leise – eingeteilt. Für die Einteilung der Modelle in die drei Gruppen werden zwei unterschiedliche Gruppierungsvarianten angewandt und miteinander verglichen. Mit beiden Varianten soll je ein Drittel (294) aller Modelle bestimmt werden, die – gemäß der Kenngrößen – am lautesten oder leiseesten sind. Die übrigen 294 Modelle gehören automatisch in die mittlere Gruppe.

Beide Gruppierungsvarianten erstellen für jede Anregungsmodus zunächst anhand der Sortierung der jeweiligen Werte für jede Kenngröße eine Rangfolge aller Modelle von laut nach leise. Bei Variante 1 wird nun – getrennt für laut und leise – gezählt, wie oft jedes Modell innerhalb der ersten (laut) oder der letzten (leise) 294 Plätze beider Rangfolgen auftritt. Ein Modell kann somit den Zählwert 0, 1 oder 2 erhalten, je nachdem, ob es innerhalb dieser 294 Plätze gar nicht vertreten ist, nur in der Rangfolge einer Kenngröße bzw. in den Rangfolgen beider Kenngrößen auftritt. Anschließend werden die Modelle anhand der Zählwerte der beiden Zählungen (laut, leise) erneut sortiert. Die 294 Modelle mit den jeweils höchsten Zählwerten werden in die Gruppen laut oder leise sortiert. Solange in den Rangfolgen beider Kenngrößen nicht exakt die gleichen Modelle innerhalb der ersten und letzten 294 Plätze auftauchen, werden sich

in beiden Gruppen auch Modelle finden, die „nur“ den Zählwert 1 besitzen und daher anhand nur einer Kenngröße als laut oder leise kategorisiert wurden. Bei Variante 2 hingegen werden die ersten und letzten Plätze beider Rangfolgen Platz für Platz solange durchsucht, bis je 294 Modelle mit einem Zählwert von 2 gefunden sind, d. h. gemäß beider Kenngrößen in die Gruppen laut oder leise gehören. Diese 294 Modelle bilden dann die Gruppen laut bzw. leise.

Das Ergebnis der Modellgruppierung anhand beider Varianten ist beispielhaft für die Anregungsmode 7 in Abbildung 5 zu sehen. Darin ist für jedes Modell ein Datenpunkt auf der Höhe des zugehörigen ERP-Pegels aufgetragen. Die Farbe der Datenpunkte gibt an, in welche Gruppe die jeweiligen Modelle anhand der Kenngrößen einsortiert sind.

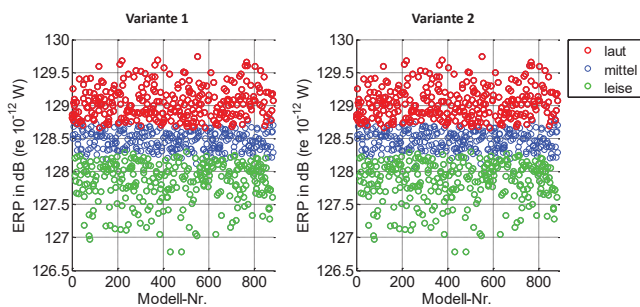


Abbildung 5: Gruppierung der Modelle in die Gruppen laut, mittel, leise für die Anregungsmode 7.

Es ist klar zu erkennen, dass alle Modelle der Gruppen laut und leise auch eine hohe bzw. niedrige ERP aufweisen. Die Kenngrößen bewerten die abgestrahlte Schalleistung der einzelnen Modelle relativ zueinander gesehen somit gut. Lediglich in den beiden Übergangsbereichen zur Gruppe mittel zeigt sich, dass der Übergang leicht fließend und nicht scharf ist. Dort gibt es Modelle, die zur Gruppe mittel zählen, obwohl die ERP minimal niedriger oder höher ist als die ERP von Modellen, die zur Gruppe leise bzw. laut gehören. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Kenngrößen dazu geeignet sind, die abgestrahlte Schalleistung von Modellen zu differenzieren und zu bewerten, welche Struktur lauter ist, solange die Differenz in der ERP nicht zu gering ist. Erkennbar ist dies an einer ebenfalls geringen Differenz zwischen den Werten der Kenngrößen im Vergleich zu den anderen Anregungsmoden. In der Anregungsmode 7 ist der Unterschied zwischen beiden Gruppierungsvarianten zudem sehr gering (Unterschiede gibt es z. B. zwischen Modell-Nr. 600 und 800 im Übergangsbereich zwischen leise und mittel). Bei anderen Anregungsmoden ist teilweise ein Unterschied vorhanden. Beispielhaft dazu zeigt Abbildung 6 das Ergebnis für die Anregungsmode 11.

Bei Variante 1 fällt auf, dass einige Modelle als laut bewertet werden, obwohl sie gemäß ihrem ERP-Wert in die Gruppen leise oder mittel gehören. Dieses Verhalten tritt bei Variante 2 nicht auf. Mit der Gruppierungsvariante 2 weisen alle Modelle der Gruppen leise und laut eine niedrige bzw. eine hohe ERP auf. Es gibt dafür einige Modelle mit einer verhältnismäßig niedrigen ERP, die dennoch

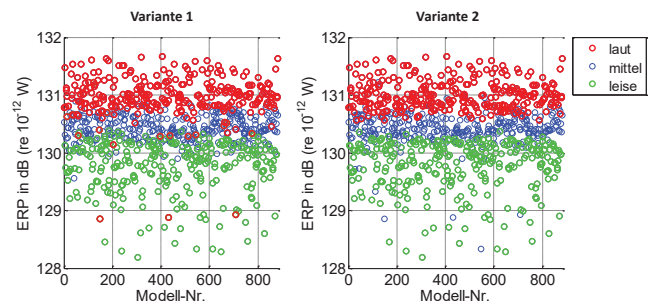


Abbildung 6: Gruppierung der Modelle in die Gruppen laut, mittel, leise für die Anregungsmode 11.

zur Gruppe mittel gezählt werden. Die Eingruppierung der Modelle anhand der skalaren Kenngrößen ist daher als konservativ zu bewerten. Insgesamt stimmt die Eingruppierung der Modelle in die Gruppen laut und leise für alle 15 Anregungsmoden außer der zweiten gut mit den ERP-Werten überein. Im Fall der zweiten Anregungsmoden liegen die ERP-Werte aller Modelle allerdings sehr dicht beieinander, sodass alle Modelle als gleich laut angesehen werden können.

Zusammenfassung

Basierend auf Unterschieden im Energiefluss von zwei verschiedenen lauten Modellen wurden zwei STI-basierte skalare Kenngrößen definiert. In einem AB-Vergleich konnte gezeigt werden, dass beide Kenngrößen für diese beiden Modelle richtig bewerten, welches Modell lauter ist. Anschließend wurde die abgestrahlte Schalleistung – konkret die äquivalent abgestrahlte Schalleistung – einer Gruppe verschieden modifizierter Plattenmodelle anhand der beiden Kenngrößen relativ zueinander bewertet. Dazu wurden die gemäß der Kenngrößen jeweils 100 lautesten und leisesten Modelle identifiziert und das Ergebnis mit der ERP verglichen. Es zeigt sich, dass mit einer Gruppierungsvariante (Variante 2) alle als leise identifizierten Modelle tatsächlich eine niedrige ERP und alle als laut identifizierten Modelle eine hohe ERP aufweisen. Insgesamt ist die Bewertung der abgestrahlten Schalleistung mittels der Kenngrößen als konservativ einzuschätzen.

Literatur

- [1] Verheij, J.W.: Cross spectral density methods for measuring structure borne power flow on beams and pipes. *Journal of Sound and Vibration* 70(1) (1980), 133–139
- [2] Romano, A.J., Abraham, P.B. u. Williams, E.G.: A poynting vector formulation for thin shells and plates, and its application to structural intensity analysis and source localization. Part I: Theory. *JASA* 87(3), (1990), 1166–1175
- [3] Zeller, P.: *Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden. 2. Auflage (2012)
- [4] Dassault Systèmes Simulia Corp.: *Abaqus/CAE User's Guide*. Version: Abaqus 6.13 (2013)