

Einfluss der Quellimpedanz auf die Trittschalldämmung bei tiefen Frequenzen

Berndt Zeitler, Martin Schneider

Hochschule für Technik Stuttgart, 70174 Stuttgart,

E-Mail: berndt.zeitler@hft-stuttgart.de, martin.schneider@hft-stuttgart.de

Einleitung

Tieffrequenter Lärm, erzeugt durch Trittschallanregung, gewinnt immer mehr an Bedeutung. Wieviel Körperschalleistung von einer Quelle in ein Bauelement eingeleitet wird, hängt von der Impedanzanpassung der Quelle (z.B. Fuß oder Schuh) und des Empfängers (z.B. Decke) ab. In diesem Beitrag wird rechnerisch untersucht, ob bzw. inwieweit bei tiefen Frequenzen die Impedanz einer Quelle einen Einfluss auf die eingeleitete Körperschalleistung hat. Würde es sich bei den Quellen um Kraftquellen handeln, wäre die eingeleitete Leistung nur von der blockierten Kraft der Quelle abhängig.

Messungen im Deckenprüfstand mit genormten Trittschallquellen (Normhammerwerk und Ball) und analytische Simulationen der Quellen auf Decken mit und ohne Estrich werden verglichen. In den meisten Fällen kann dabei gezeigt werden, dass die verwendeten Quellen keinen Unterschied zwischen den Impedanzen der leichten und massiven Decken mit und ohne Estrich sehen, da die Impedanz der Empfänger sehr viel höher sind als die der Quellen.

In einem ersten Schritt wird eine einfaches Masse-Feder-Masse-System (Estrichplatte – Trittschalldämmung – Deckenplatte) verwendet um die Resonanzfrequenz und die Verbesserung des schwimmenden Estrichs zu berechnen. Allerdings wird dabei das Augenmerk nicht auf die Trittschallminderung durch den schw. Estrich selbst, sondern auf den Einfluss der Impedanzanpassung von Quelle (Normhammerwerk und Ball) und Deckenkonstruktion durch den Einsatz eines schwimmenden Estrichs gelegt. Falls gezeigt werden kann, dass sich durch die von den Quellen eingeleiteten Kräfte bei den unterschiedlichen Aufbauten nicht wesentlich unterscheiden, bräuchte es keine

unterschiedlichen Quellen (Hammer und Ball) um die Decke in Bezug auf die Trittschalldämmung beurteilen zu können.

Eingeleitete Leistung

Die eingeleitete Leistung P_{inj} ist wie folgt definiert:

$$P_{inj} = \frac{1}{2} |F_0|^2 \operatorname{Re}\{Z_f\} / |Z_s + Z_f|^2 \quad (1)$$




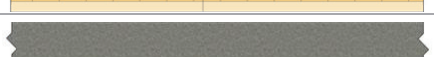

dabei ist F_0 die blockierte Kraft der Körperschallquelle, Z_s die Impedanz der Quelle und Z_f die Impedanz des Fußbodens. Die eingeleitete Kraft ist dann am größten, wenn die Impedanz der Quelle den Wert der konjugiert komplexen Impedanz des Fußbodens hat bzw. der Betrag dieser Größen gleich und die Phase um 180° phasenverschoben sind. Der zweite Term in Gleichung 1 wird nachfolgend als normalisierte Admittanz bezeichnet. Die ermittelten Werte werden im Abschnitt „normalisierte Admittanzen“ verglichen

$$Y_{eff} = \operatorname{Re}\{Z_f\} / |Z_s + Z_f|^2 \quad (2)$$

Beschreibung der untersuchten Aufbauten

Fünf verschiedenen Rohdecken (drei Brettsperrholzdecken-CLT, eine Stahlbetondecke-CON und eine Stegträgerdecke-WI) wurden mit einem nominal gleichen schw. Estrichaufbau bestehend aus einem ca. 35-40 mm Calziumsulfatestrich ($c_L = 3000 - 3400$ m/s; $m'_2 = 81 - 103$ kg/m²) auf einer 9 mm dicken elastischen Zwischenschicht ($s'' = 35 - 50$ MN/m³) untersucht. In nachfolgender Tabelle 1 ist eine Kurzbezeichnung der Decken in Verbindung mit einer Systemskizze, der flächenbezogenen Masse der Rohdecke m'_2 der Longitudinalwellengeschwindigkeit c_L der Aufbauhöhe h und der flächenbezogenen Masse des Gesamtaufbaus m''_{tot} zusammengestellt.

Tabelle 1: Beschreibung der untersuchten Aufbauten

Kürzel	Rohdecke	c_L in m/s Long.-geschw.	h in mm Dicke	m'_2 in kg/m ² Masse pro Fl.	m''_{tot} in kg/m ² Masse pro Fläche
CLT131		3000	131	67	170
CLT175		3000	175	91	194
CLT245		3000	245	130	220
CON150		3400	150	378	467
WI235		2700	235	9.4-37	90

Messmethode

Die nachfolgend verwendeten Messdaten wurden im Rahmen mehrerer Untersuchungsreihen am National Research Council of Canada (NRC) in einem Deckenprüfstand ermittelt. Eine detaillierte Beschreibung des Deckenprüfstandes findet sich in [1]. Nachfolgend sind alle ermittelten Terzpegel bei der Anregung mit dem Ball mit der Zeitbewertung „Fast“ als Maximalpegel $L_{i,F,max}$ nach DIN EN ISO 10140-3 ermittelt. Bei Anregung mit dem Hammerwerk sind die ermittelten Terzpegel als Norm-Trittschallpegel L_n nach DIN EN ISO 10140-3 bzw. die Werte bei Luftschallanregung als Schalldämm-Maß, R angegeben.

Analytische Modelle

In den nachfolgend beschriebenen Modellen wurde zwecks einer vereinfachten Berechnung keine Dämpfung der Fußböden berücksichtigt. Ohne Dämpfung sind die Resonanzen deutlich ausgeprägter und führen zu einer stark verminderten Impedanz, wodurch sich wiederum der Betrag der Quell- und der Empfängerimpedanz weiter annähert. Dies führt zu einer höheren Einleitung von Schallenergie und stellt somit eine konservative Herangehensweise dar.

Beschreibung der Schallquellen

Die Impedanzen von Hammerwerk und Ball können wie folgt dargestellt werden: Die Impedanz des Hammers ist $Z_H = j\omega m_h$ wobei $m_h = 0.5$ kg der Masse eines Hammers entspricht. Die Impedanz des Balls kann als parallel-Schaltung einer Masse mit Feder und Dämpfern beschrieben werden:

$$Z_B = \frac{1}{\frac{1}{Z_m} + \frac{1}{Z_s + Z_d}} \quad (3)$$

mit $Z_m = j\omega m_B$, $Z_s = s/j\omega$ und $Z_d = \eta_B$. Die Masse des Balles wurde mit $m_B = 2,5$ kg durch Wiegung ermittelt. Die dyn. Steifigkeit und der Verlustfaktor des Balles wurden mit einer einfachen Methode [2] bei der der Ball als Masse-Feder-Dämpfer System modelliert wird das auf eine schallharte Fläche auftrifft. Die Feder und Dämpfungseigenschaften wurden durch eine Berechnung ermittelt, in die als Eingangsdaten die Anzahl der Rückpralle und die Dauer dieses dynamischen Vorgangs eingehen.

Beschreibung des Fußbodens mittels Masse-Feder-Masse-System

Ein einfaches Masse-Feder-Masse-System das in vielen Büchern zu finden ist [3], wird hier angewendet um das dynamische Verhalten des Fußbodens bestehend aus Estrichplatte, Trittschalldämmschicht und Rohdecke in Bezug auf die Resonanzfrequenz f_0 des Systems zu beschreiben. Mit diesem Modell wird auch die Trittschallminderung bei tiefen Frequenzen abgeschätzt.

Die Impedanz des Fußbodens wird allerdings nicht mit diesem vereinfachten System beschrieben, da das idealisierte Model ohne Dämpfung nicht zulässt, dass Leistung in das System eingeleitet wird.

Beschreibung des Fußbodens durch parallele Platten

Cremers Model [4] und [5] zweier unendlicher und über eine federnde Zwischenschicht getrennter Platten wird hier

verwendet um Estrichplatte Dämmschicht und Rohdecke in Bezug auf ihre Eingangsimpedanz zu beschreiben. Hierbei wird die obere Platte (Estrichplatte) durch eine Punktkraft angeregt. Durch das Vernachlässigen von Rotations- und Scherkräften wird angenommen, dass auf den beiden Platten (Estrichplatte oben und Rohdecke unten) nur Biegeschwingungen vorhanden sind. Die Schnelle auf der angeregten Estrichplatte v_l kann für $r = 0$ aus der die Punktimpedanz ($Z_f = F_0/v_l(0)$) wie folgt berechnet werden:

$$v_1(r, \omega) = F_0/Z_{1\infty} [A_{11}\Pi(k_{c1r}) + A_{12}\Pi(k_{c2r})] \quad (4)$$

dabei ist $Z_{1\infty} = 8(B'_1 m''_1)^{-1}$ die Impedanz einer unendlichen freien oberen Platte. Die untere Platte hätte eine Impedanz von $Z_{2\infty} = 8(B'_2 m''_2)^{-1}$ wenn Sie frei Schwingen könnte. Die Wellenausbreitungsfunktion $\Pi(k_{Ar})$

$$\Pi(k_{Ar}) = H_0^2(k_{Ar}) - H_0^2(-jk_{Ar}) \quad (5)$$

besteht aus den beiden Termen die Nah- und Fernfeld beschreiben. Am Anregepunkt ($r = 0$) ist die Wellenausbreitungsfunktion $\Pi(0) = 1$. Die zur Estrichplatte gehörende Wellenzahl k_{c1} bzw. zur Rohdecke gehörende Wellenzahl k_{c2} können wie folgt zu einer resultierenden Wellenzahl zusammengefasst werden:

$$k_{c1,2}^4 = \frac{1}{2}(k_{B1}^4 + k_{B2}^4) \sqrt{\frac{1}{4}(k_{B1}^4 + k_{B2}^4)^2 + k_{A1}^4 k_{A2}^4 \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{\omega^4}} \quad (6)$$

Diese Wellenzahl ist abhängig von der Wellenzahl der freien unendlichen Platte $k_{A1,2}^4 = m''_{1,2}/B'_{1,2} \omega^2$ und der Wellenzahl einer blockierten unendlichen Platte $k_{B1,2}^4 = k_{A1,2}^4 (1 - \omega_{1,2}^2/\omega^2)$ die sich auf einer federähnlichen Zwischenschicht mit der Steifigkeit s'' über einer unendlich steifen unendlichen Platte befindet. Die Anregung kann durch $p = F_0 \delta(x) \delta(y)$ beschrieben werden wobei sich die Resonanz bei $\omega_{1,2}^2 = s''/m''_{1,2}$ ergibt. Die Koeffizienten A_{11} und A_{12} sind wiederum definiert mit:

$$A_{11} = \frac{k_{A1}^2 k_{C1}^4 - k_{B2}^4}{k_{C1}^2 k_{C1}^4 - k_{C2}^4}; A_{12} = \frac{k_{A1}^2 k_{C2}^4 - k_{B2}^4}{k_{C2}^2 k_{C1}^4 - k_{C2}^4} \quad (7)$$

Die Eingangsimpedanz an der Anregerstelle ergibt sich dann durch Umstellen von Gleichung (4) zu:

$$Z_f = \frac{Z_{1\infty}}{A_{11} + A_{12}} \quad (8)$$

Ergebnisse

Nachfolgend werden die durch das Einbauen des beschriebenen schwimmenden Estrichs gemessenen Verbesserungen (Trittschallminderung und Luftschallverbesserung) den rechnerisch ermittelten Pegeldifferenzen gegenübergestellt und diskutiert.

Messtechnisch ermittelte Pegeldifferenzen

Die Pegeldifferenz im Empfangsraum durch den Einbau des schwimmenden Estrichs ist für die 5 untersuchten Rohdecken nachfolgend in Abbildung 1 für die Anregung mit Luftschall (blaue Linie) für die Anregung mit dem Normhammerwerk (rote Linie) und für die Anregung mit dem Ball (gelbe Linie) dargestellt.

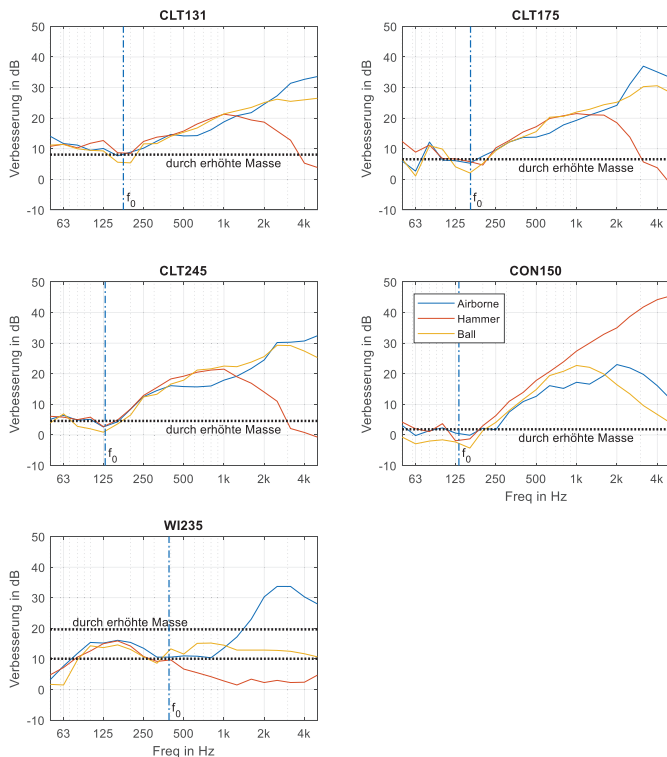


Abbildung 1: Luftschallverbesserung (blau) und Trittschallminderung bei Anregung mit dem Normhammerwerk (rot) und mit dem Ball (gelb) für unterschiedliche Rohdecken bei aufbringen eines nominell gleich Estrichs. Die berechneten Resonanzfrequenzen f_0 sind für jede Deckenkonstruktion durch eine vertikale gestrichelte blaue Linie gekennzeichnet.

Positive Werte in Abbildung 1 bedeuten dabei eine Verbesserung des Schallschutzes durch den Einbau des schw. Estrichs. Die blauen vertikalen Linien kennzeichnen die mittels des einfachen Masse-Feder-Masse-Modells berechneten Resonanzfrequenzen f_0 . Unterhalb dieser Resonanzfrequenzen ergibt sich eine Verbesserung im Wesentlichen durch die Erhöhung der flächenbezogenen Masse der Decke durch die Estrichplatte. Die horizontalen Linien zeigen die rechnerisch zu erwartende Pegeldifferenz ΔL aufgrund der erhöhten gesamten flächenbezogenen Masse ($\Delta L = 20 \log(1+m_1/m_2)$ dB). Bei der Stegträgerdecke (WI235) ergeben sich zwei horizontale Linien: eine untere, wenn die flächenbezogenen Masse der Rohdecke (obere OSB-Platte, Stegträger und untere Platte mit $m' = 0,37 \text{ kg/m}^2$) und eine obere Linie, wenn nur die flächenbezogene Masse der oberen OSB-Platte ($m' = 9,4 \text{ kg/m}^2$) angesetzt wird. Die messtechnisch ermittelte Verbesserung durch den schwimmenden Estrich liegt im Bereich zwischen diesen beiden Linien.

Im Bereich der Resonanzfrequenz ergeben sich teilweise geringfügige Verschlechterungen während oberhalb der Resonanzfrequenz die Pegeldifferenz meist mit der Frequenz ansteigt. Unterschiede bei höheren Frequenzen ergeben sich dabei einerseits aufgrund der unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheit der Rohdecke (Holz – Beton) bei der Anregung mit dem Norm-Hammerwerk aber auch aufgrund eines unterschiedlichen Impedanzverhältnisses von Quelle und Empfänger. Ab 2k Hz wirkt zusätzlich die

Kontaktimpedanz der Stegträgerdecke [6], die in dieser Untersuchung nicht berücksichtigt wurde.

Impedanzen

Nachfolgend werden die mittels „paralleler Platten Theorie“ ermittelten Ergebnisse zu den Berechnungen der Impedanz diskutiert. In nachfolgender Abbildung 2 ist der Betrag und die Phase der Impedanz der Rohdecken und der Decken mit schwimmendem Estrich den Impedanzen der drei Quellen (Luftschall, Normhammerwerk und Ball) gegenübergestellt. Der Hammer als idealisierte Masse hat eine Phase von $\pi/2$ und einen mit der Frequenz linear ansteigenden Betrag, die Luft eine Phase von null und einen konstanten Betrag während die Phase des Balls von steifigkeitskontrolliert (negativ) zu null ansteigt und der Betrag erst abfällt und dann konstant bleibt.

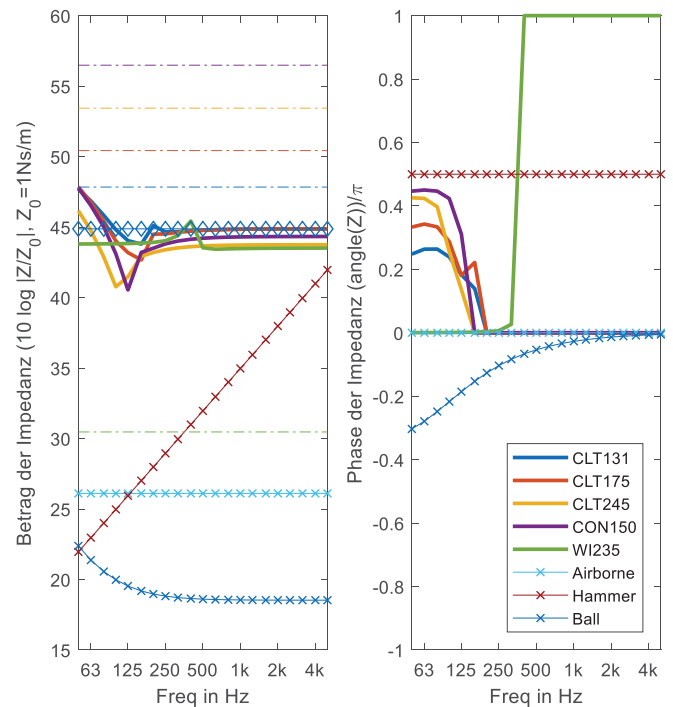


Abbildung 2: Berechnete Impedanzen der Decken und Quellen. Linkes Diagramm: Betrag: $10 \log(|Z|)$; rechtes Diagramm: Phase. Die Rohdecken sind durch gestrichelte Linien, die Decken mit schwimmendem Estrich durch durchgezogene Linien gekennzeichnet. Die Impedanz der Estrichplatte ist mit Rauten, die Impedanz der Quellen mit Kreuzen gekennzeichnet.

Der Betrag der Impedanz der Rohdecken ist mit Ausnahme der Stegträgerdecke deutlich höher als die Impedanz der Quellen. Bei der Stegträgerdecke entspricht bei einer Frequenz von $f = 500 \text{ Hz}$ die Impedanz eines Hammers der Impedanz der Rohdecke.

Die Impedanz der Estrichplatte liegt deutlich unter der Impedanz der massiven Rohdecken (Beton und Brettspertholz) aber deutlich über der Impedanz der Stegträgerdecke. Durch das Aufbringen des Estrichs sinkt bei fast allen Decken die Impedanz mit der Frequenz und liegt oberhalb der berechneten Resonanzfrequenz (hier ist die Estrichplatte von der Rohdecke entkoppelt) im Bereich der Impedanz der Estrichplatte. Ausnahme ist wieder die Stegträgerdecke: hier steigt die Impedanz auf den Wert der Estrichplatte.

Insgesamt bleibt die Impedanz der Deckenkonstruktionen mit schwimmendem Estrich im unteren Frequenzbereich weiter deutlich über der Impedanz der Quellen. Hierdurch ist die in die Decken eingeleitete Schall-Leistung nur abhängig von der Kurzschlusskraft der Quellen. Dies passt sehr gut mit den Ergebnissen der Messungen zur Pegeldifferenz mit den unterschiedlichen Quellen zusammen: Die Pegeldifferenz war für alle Quellen im unteren Frequenzbereich gleich.

Effektive Admittanz (bzw. ΔL_p)

Die Änderung der in die Struktur eingeleiteten Leistung ΔL_p durch das Aufbringen des Estrichs kann, weil sich die blockierte Kraft der Quellen kürzt, in Abhängigkeit dieser effektiven Admittanz Y_{eff} wie folgt berechnet werden.

$$\Delta L_p = 20 \log(|Y_{eff}/Y_0|) \text{ mit } Y_0 = 1m/Ns \quad (9)$$

In Abbildung 3 ist die berechnete Änderung der eingeleiteten Schallleistung ΔL_p aufgrund der Impedanzänderung entsprechend der Theorie der „parallelen Platten“ durch das Aufbringen des schwimmenden Estrichs dargestellt. Dabei wurde die Impedanz einer unendlichen Platte $Z_{2\infty}$ zur Berechnung der Rohdecken verwendet. Bei positiven Werten wird weniger Schall-Leistung in die Decke eingeleitet.

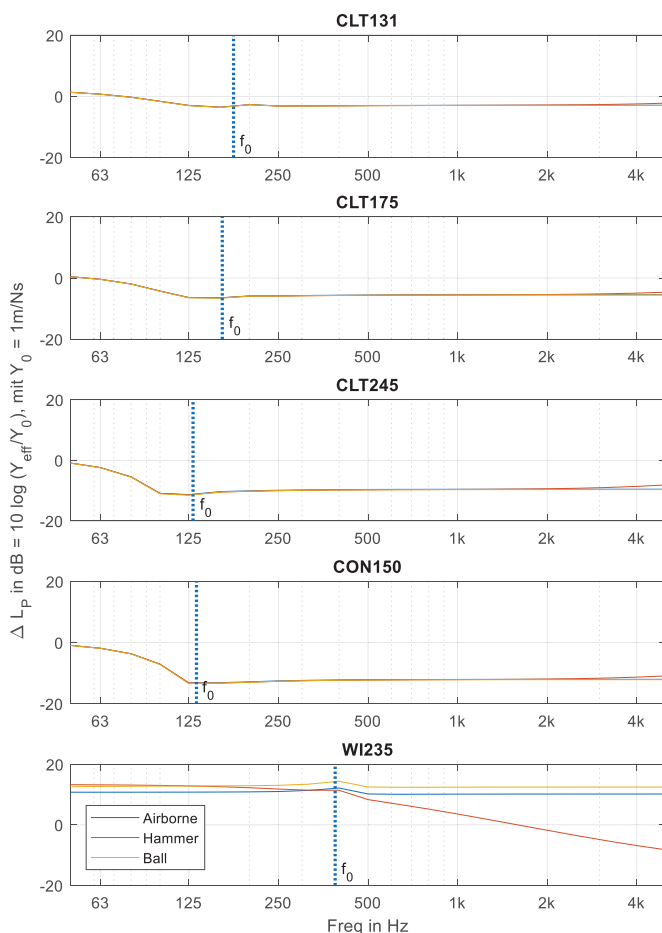


Abbildung 3: Pegeldifferenz der verschiedenen Deckenkonstruktionen durch das Aufbringen des schwimmenden Estrichs für unterschiedliche Arten der Anregung der Decke

Bei den vier massiven Rohdecken wird unabhängig von der Art der Anregung durch das Aufbringen des schwimmenden Estrichs im gesamten Frequenzbereich mehr Schall-Leistung

in die Decke eingeleitet. Für die Stegträgerdecke (WI235) wird durch den schweren Estrich die Impedanz der angeregten Platte und damit die Differenz zwischen Quelle und Struktur erhöht. Hierdurch wird bei dieser Decke deutlich weniger Schall in die Struktur eingeleitet. Da die Impedanz des Hammers nun erst bei sehr hohen Frequenzen die Impedanz der Decke erreicht, ergeben sich für diese Quelle Abweichungen gegenüber den anderen Quellen.

Zusammenfassung

Mit den durchgeführten messtechnischen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die Pegelminderung durch das Aufbringen eines schwimmenden Estrichs auf ganz unterschiedliche Rohdecken nicht wesentlich von der Art der Anregung abhängt. Die einfachen Rechenmodelle für die Beschreibung der Impedanz der Quellen (Hammer, Ball) und der Strukturen (Rohdecken als unendliche Platten und Decken mit schwimmendem Estrich als „parallele Platten“) wurden verwendet um die Schalleinleitung in die Strukturen bezüglich der Impedanzanpassung von Quelle und Struktur abzuschätzen. Diese Berechnungen stimmten im tiefen Frequenzbereich gut mit den Messungen überein und zeigten, dass die Impedanz der untersuchten Rohdecken durch das Aufbringen des schwimmenden Estrichs in Bezug auf die Impedanz der Quellen sich nicht wirklich verändern.

Ausblick

Zukünftig wäre es wünschenswert eine größere Anzahl von unterschiedlichen Fußböden mit, in Bezug auf ihre Resonanzfrequenz, unterschiedlichen schwimmenden Estrich zu untersuchen. Weiterhin soll die Untersuchung zu tieferen Frequenzen ausgedehnt werden, da hier die Impedanz des Balls ansteigt und sich damit das Impedanzverhältnis verändert. Um die Gesamtverbesserung durch das Aufbringen eines schwimmenden Estrichs abzuschätzen sollte anstelle der hier verwendeten Punktimpedanz die Transferimpedanz des gesamten Fußbodenaufbaus berechnet werden.

Literaturverzeichnis

- [1] A. Warnock und J.A.Birta, „Detailed Report for Consortium on Fire Resistance and Sound Insulation,“ NRC Canada, Ottawa, 2000.
- [2] M. Nagurka und S. Huang, „A mass-spring-damper model of a bouncing ball,“ *International Journal of Engineering Education*, Bd. 22, Nr. 2, 2006.
- [3] M. Möser, Technische Akustik, Berlin, Deutschland: Springer, 2015.
- [4] L. Cremer und M. Heckl, Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen, Berlin: Springer, 1995.
- [5] B. Zeitler, T. Nightingale und S. Schoenwald, „Cremer’s parallel plates applied to lightweight construction,“ in *Inter-Noise*, Ottawa, 2009.
- [6] A. Rabold, M. Buchschmid, A. Düster, G. Müller und E. Rank, „Modelling the excitation force of a standard tapping machine on lightweight floor structures,“ *Journal of Building Acoustics*, 2010.