Verbesserte Drehzahlschätzung durch adaptive Auswahl dominanter Ordnungen

Julian Becker[1], Roland Sottek[2]

[1] HEAD acoustics GmbH, 52134 Herzogenrath, E-Mail:julian.becker@head-acoustics.de
[2] HEAD acoustics GmbH, 52134 Herzogenrath, E-Mail:roland.sottek@head-acoustics.de

Einleitung

Sollen die vibroakustischen Eigenschaften von Maschinen mit rotierenden Elementen mit Hilfe von Messungen analysiert werden, so ist es häufig hilfreich, den zeitlichen Verlauf der Drehzahl während der Messung zu kennen. Die direkte Messung dieses Drehzahlverlaufs steht allerdings nicht immer zur Verfügung. Aus diesem Grund kann es notwendig sein, diese Größe durch Analyse vibroakustischer Messungen zu schätzen. Bestehende Algorithmen zur Drehzahlschätzung analysieren dabei die Grundfrequenz der Rotation sowie zusätzliche Ordnungen [1]. Dabei kann es zu fehlerhaften Schätzungen kommen, wenn entweder die betrachteten Ordnungen nicht ausreichend ausgeprägt sind, oder wenn sie von Störungen überlagert werden. Hierbei ist insbesondere zu beachten, dass sich die Ausprägung der Ordnungen mit der Drehzahl verändern kann und in diesem Fall die Fokussierung auf feste Ordnungen für verschiedene Drehzahlbereiche problematisch ist.

In diesem Beitrag wird ein Verfahren zur automatischen Analyse der Ausprägung verschiedener Ordnungen vorgestellt. Auf diese Weise kann auf zeitliche Veränderungen der Ausprägung der Ordnungen oder auf Störungen reagiert werden, indem der Algorithmus geeignete Ordnungen für die Drehzahlschätzung auswählt. So wird eine robustere und weniger fehleranfällige Schätzung erreicht. Außerdem wird beschrieben, wie die Analyse der Ordnungen genutzt werden kann, um zur Laufzeit eine Fehlerkorrektur durchzuführen. Die Verbesserung der Drehzahlschätzung wird an einigen Beispielen demonstriert.

Problemstellung

In [1] wird ein Verfahren zur Schätzung der Drehzahl basierend auf bayesscher Statistik beschrieben. Hierbei wird zunächst das gemessene Signal $d(t)$ als Summe verschiedener harmonischer Komponenten und zusätzlichem Rauschen modelliert:

$$d(t) = a_0 + \sum_{k \in K} a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t) + e(t) \qquad (1)$$

K enthält hierbei alle signifikanten harmonischen Ordnungen in dem gemessenen Signal. Die Frequenzen $\omega_k = k \cdot \omega_0$. sind Vielfache einer Grundfrequenz ω_0. Für einen Block $\mathbf{d}$ des gemessenen Signals kann Gleichung (1) in Vektornotation formuliert werden:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{e} \qquad (2)$$

Dabei enthält der Spaltenvektor $\mathbf{d}$ die gemessenen Daten. $\mathbf{G}$ ist eine Matrix, die als Spalten Basisvektoren enthält, die den Cosinus- und Sinustermen entsprechen. Diese Matrix ist für eine Menge K von Ordnungen und eine Grundfrequenz ω_0 eindeutig definiert. $\mathbf{b}$ ist ein Spaltenvektor, der die Amplituden enthält, die zu den in $\mathbf{G}$ enthaltenen Spalten gehören. Dieser Vektor kann im Sinne einer Minimierung des quadratischen Fehlers aus $\mathbf{d}$ und $\mathbf{G}$ geschätzt werden. $\mathbf{e}$ ist der nicht durch die harmonischen Komponenten beschreibbare Rauschanteil.

Unter Verwendung des Bayes-Theorems [2] kann gezeigt werden, dass die wahrscheinlichste zu den gemessenen Daten $\mathbf{d}$ passende Frequenz ω_0 durch eine Maximierung der Wahrscheinlichkeit

$$p(\omega_0|\mathbf{d}) \sim p(\mathbf{d}|\omega_0)p(\omega_0) \qquad (3)$$

gefunden werden kann. Hierbei lässt sich $p(\mathbf{d}|\omega_0)$ nach [3] berechnen als

$$p(\mathbf{d}|\omega_0) \sim \frac{\left(\mathbf{d}^\mathbf{T}\mathbf{d} - \mathbf{d}^\mathbf{T}\mathbf{G}(\mathbf{G}^\mathbf{T}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^\mathbf{T}\mathbf{d}\right)^{\frac{-(N-2K-1)}{2}}}{\sqrt{|\mathbf{G}^\mathbf{T}\mathbf{G}|}} \qquad (4)$$

Die A-Priori-Wahrscheinlichkeit $p(\omega_0)$ in Gleichung (3) kann beispielsweise basierend auf Ergebnissen für ω_0 aus vorherigen Blöcken geschätzt werden. Hierzu wird in [1] aus den vergangenen Ergebnissen ein Mittelwert $\hat{\omega}_0$ prädiziert und eine Varianz σ geschätzt. Mit diesen Werten wird nun eine Gauß-Verteilung angenommen, die es ermöglicht die A-Priori-Wahrscheinlichkeit $p(\omega_0)$ zu berechnen. So kann die Wahrscheinlichkeit $p(\omega_0|\mathbf{d})$ in Gleichung (3) für verschiedene Grundfrequenzen ω_0 berechnet und maximiert werden.

Der in [1] beschriebene Algorithmus benötigt vom Nutzer die Angabe eines Startpunktes (Frequenz und Zeitpunkt). Ausgehend von diesem Startpunkt wird die Schätzung zunächst in positive Zeitrichtung durchgeführt. Ist das Ende des Signals erreicht wird anschließend die Schätzung ausgehend vom Startpunkt in negative Zeitrichtung bis zum Anfang des Signals durchgeführt. Der Nutzer muss außerdem mindestens eine signifikante Ordnung angeben, die zur Berechnung herangezogen wird. Um robustere Ergebnisse zu erhalten sollte besser eine Menge $K_{\text{signifikant}} = \{k_1; k_2; \ldots; k_n\}$ mehrerer signifikanter Ordnungen angegeben werden. Alle angegebenen Ordnungen werden für alle Zeitblöcke zur Berechnung verwendet. Das kann allerdings zu Problemen führen, wenn einzelne Ordnungen zu bestimmten Zeitpunkten von starken Störungen überlagert sind. In diesem Fall kann die Drehzahlschätzung zu fehlerhaften Ergebnissen führen wie die folgenden Beispiele veranschaulichen.

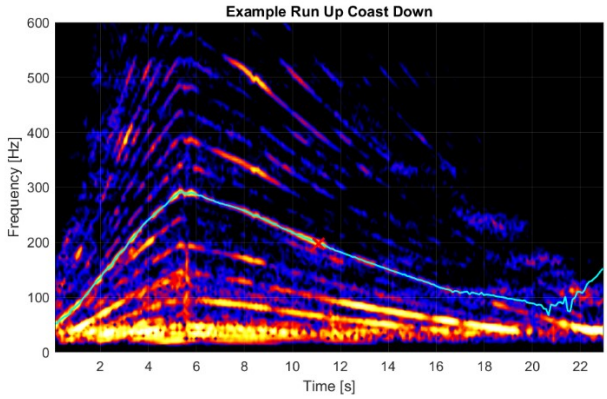

Abbildung 1: Beispiel einer fehlerhaften Drehzahlschätzung (Berechnung mit Ordnung $K = \{3\}$)

Abbildung 1 zeigt die Schätzung der Drehzahl für das Beispiel eines Hochlaufs mit anschließendem Ausrollen. Der ausgewählte Startpunkt ist durch ein rotes Kreuz (bei ca. 11 s) markiert. Bei dieser Berechnung wurde lediglich die dritte Ordnung zur Berechnung verwendet. Es ist zu erkennen, dass ab ca. 16 s bis zum Ende des Signals ein Fehler in der Schätzung auftritt. Der Grund dafür ist, dass die dritte Ordnung in diesem Bereich nicht ausreichend stark ist, während gleichzeitig eine Störung in diesem Bereich auftritt.

Auch bei Verwendung weiterer Ordnungen (siehe Abbildung 2, verwendete Ordnungen markiert), kommt es weiterhin zu Fehlern. Zwar tritt der Fehler zum Ende des Signals erst nach ca. 20 s auf, allerdings enstehen weitere fehlerhafte Schätzungen im Bereich 4 s – 6 s. Der Grund für diesen neuen Fehler ist, dass einige der neu hinzugenommenen Ordnungen in diesem Bereich von Störungen überlagert sind.

Es ist demnach wünschenswert Ordnungen nur zu den Zeitpunkten zu verwenden, an denen sie störungsfrei und prominent im Signal enthalten sind.

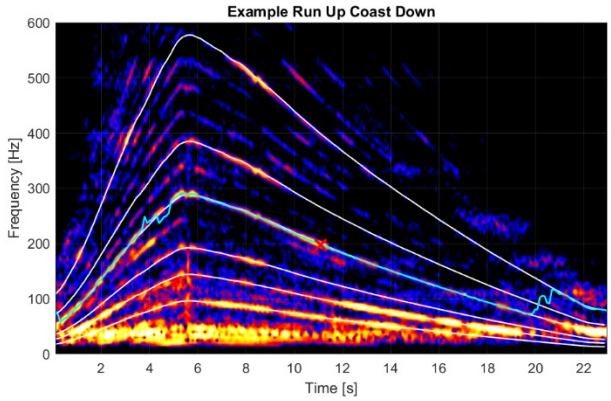

Abbildung 2: Beispiel einer fehlerhaften Drehzahlschätzung (Berechnung mit Ordnung $K = \{1; 1{,}5; 2;\ 3; 4; 6\}$)

Im Folgenden wird ein Verfahren beschrieben um zur Laufzeit des Algorithmus die Verlässlichkeit verschiedener Ordnungen zu bestimmen. Weiterhin wird beschrieben, wie diese Verlässlichkeit genutzt werden kann um Ordnungen zur Laufzeit des Algorithmus zur Berechnung hinzuzufügen und zu entfernen und fehlerhafte Schätzungen zu korrigieren.

Bestimmung der Verlässlichkeit von Ordnungen

Wurde für einen Zeitblock eine zur Drehzahl korrespondierende Grundfrequenz ω_0 entsprechend des beschriebenen Algorithmus ermittelt, so kann im Nachhinein ermittelt werden, wie gut die verwendeten Ordnungen zu den gemessenen Daten passen. Ähnlich zu Gleichung (2) kann die Anpassung eines Sinussignals einer einzelnen Ordnung k an die gemessenen Daten $\mathbf{d}$ erfolgen:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}_k \mathbf{b}_k + \mathbf{e} \tag{5}$$

Hierbei beschreibt $\mathbf{G}_k$ eine Matrix mit drei Spalten. Die erste Spalte beschreibt den Gleichanteil und die zweite und dritte Spalte das zur Ordnung k gehörige Cosinus- und Sinussignal entsprechend Gleichung (1). Die Amplituden $\mathbf{b}_k$ lassen sich dabei aus $\mathbf{G}_k$und den gemessenen Daten $\mathbf{d}$ schätzen. Die Lösung, die den mittleren quadratischen Fehler minimiert lautet

$$\mathbf{b}_k = \left(\mathbf{G}_k{}^{\mathbf{T}} \mathbf{G}_k\right)^{-1} \mathbf{G}_k{}^{\mathbf{T}} \mathbf{d}. \tag{6}$$

Die Verlässlichkeit einer Ordnung k ist dabei umso höher, je ähnlicher die gemessenen Daten $\mathbf{d}$ dem angepassten Sinussignal $\mathbf{G}_k \mathbf{b}_k$ sind. Dies lässt sich skalierungsinvariant mit Hilfe des normierten Korrelationskoeffizienten r_k ausdrücken:

$$r_k = \frac{\mathbf{d}^{\mathbf{T}} (\mathbf{G}_k \mathbf{b}_k)}{\sqrt{|\mathbf{d}^{\mathbf{T}} \mathbf{d} \cdot (\mathbf{G}_k \mathbf{b}_k)^{\mathbf{T}} (\mathbf{G}_k \mathbf{b}_k)|}} \tag{7}$$

Dieser Korrelationskoeffizient kann nun für die geschätzte Grundfrequenz ω_0 für alle zur Berechnung verwendeten Ordnungen, sowie für eine Auswahl möglicher Ordnungen, die nicht zur Berechnung verwendet wurden, ausgewertet werden.

Entfernen und Hinzufügen von Ordnungen

Im Folgenden wird angenommen, dass es eine Menge K_{gesamt} von Ordnungen gibt, die potenziell zur Berechnung der Drehzahl geeignet sind. Eine weitere Menge $K_{\text{signifikant}}$ enthält alle Ordnungen, die für den gerade betrachteten Zeitblock als signifikant eingeschätzt und zur Berechnung verwendet werden.

Für jede Ordnung k in K_{gesamt} wird nun die Verlässlichkeit r_k berechnet. Basierend auf dieser Verlässlichkeit kann für jeden Zeitblock eine Entscheidung getroffen werden, ob diese Ordnung für die Berechnung in den folgenden Blöcken in $K_{\text{signifikant}}$ verwendet werden soll.

Entfernen von Ordnungen

Ordnungen in $K_{\text{signifikant}}$, deren Verlässlichkeit r_k einen Schwellwert s unterschreiten, sollten von der Berechnung entfernt werden. Eine zusätzliche Überprüfung ist möglich, indem der Algorithmus zur Schätzung der Drehzahl mit der betrachteten Ordnung k berechnet wird und das erhaltene Ergebnis $\omega_0(k)$ mit dem Ergebnis mit allen verlässlichen

Ordnungen $\omega_0(K_{\text{signifikant}})$ verglichen wird. Sind die Ergebnisse ähnlich, so kann davon ausgegangen werden, dass die Ordnung k weiterhin einen sinnvollen Beitrag zur Schätzung leistet. Ist dies nicht der Fall, so liefert die betrachtete Ordnung eine fehlerhafte Schätzung und muss für die nächsten Zeitblöcke aus der Liste der verlässlichen Ordnungen entfernt werden.

Hinzufügen von Ordnungen

Ordnungen aus K_{gesamt}, die nicht in $K_{\text{signifikant}}$ enthalten sind und deren Verlässlichkeit r_k einen Schwellwert s überschreiten, können möglicherweise zu $K_{\text{signifikant}}$ hinzugefügt werden. Da das Hinzufügen einer unzuverlässigen Ordnung direkt zu Fehlern in der Schätzung führen kann müssen für das Hinzufügen mehrere Bedingungen erfüllt sein:

1. r_k muss den Schwellwert s überschreiten
2. Die geschätzte Grundfrequenz $\omega_0(k)$ bei Berechnung nur mit der Ordnung k muss der geschätzten Grundfrequenz $\omega_0(K_{\text{signifikant}})$, die mit allen aktuell als signifikant eingeschätzten Ordnungen berechnet wurde, möglichst ähnlich sein.
3. Die Bedingungen 1 und 2 können für einzelne Blöcke zufällig auftreten, auch wenn die entsprechende Ordnung gestört ist. Aus diesem Grund müssen beide Bedingungen über einen längeren Zeitraum erfüllt sein, bevor eine Ordnung zur Menge der signifikanten Ordnungen hinzugefügt wird. Dafür wird für jede Ordnung in K_{gesamt} ein Puffer eingeführt, in dem nachgehalten wird, für welche Ordnungen diese Bedingungen in den vergangenen Blöcken erfüllt war. Bei der Länge des Puffers muss ein Kompromiss gefunden werden: Ist der Puffer zu kurz besteht die Gefahr, dass Ordnungen fälschlicherweise hinzugefügt werden. Ist der Puffer zu lange werden Ordnungen nur mit deutlicher Verzögerung hinzugefügt.

Korrektur von Fehlern

Mit Hilfe der Schätzung der Verlässlichkeit einzelner Ordnungen ist es auch möglich Fehler in der Drehzahlschätzung zur Laufzeit zu korrigieren. Hierzu wird zunächst die prädizierte Frequenz $\widehat{\omega}_0$ herangezogen. Diese nimmt einen linearen Verlauf der Drehzahl an. Unterscheidet sich der geschätzte Wert ω_0 deutlich von $\widehat{\omega}_0$, so ist die Schätzung möglicherweise falsch. Da ein linearer Verlauf der Drehzahl allerdings nicht zu jedem Zeitpunkt gegeben ist, ist eine genauere Prüfung notwendig.

Es ist in diesem Fall zu prüfen, ob in K_{gesamt} Ordnungen mit einer höheren Verlässlichkeit für ω_0 oder für $\widehat{\omega}_0$ enthalten sind. Dazu werden zunächst die Verlässlichkeiten $r_k(\omega_0)$ und $r_k(\widehat{\omega}_0)$ für alle Ordnungen k in K_{gesamt} berechnet. Es werden anschließend nur die Ordnungen weiter betrachtet, die für mindestens eine der Frequenzen einen Schwellwert s überschreiten. Sollten zu ω_0 mehr Ordnungen mit einer höheren Verlässlichkeit gefunden werden als zu $\widehat{\omega}_0$, so wird davon ausgegangen, dass die Schätzung korrekt ist und keine Korrektur notwendig ist. Ist dies nicht der Fall werden alle Ordnungen, die für $\widehat{\omega}_0$ eine höhere Verlässlichkeit haben als für ω_0 in $K_{\text{alternativ}}$ zusammengefasst. Mit diesen Ordnungen kann nun eine neue Schätzung $\omega_0{}'$ berechnet werden. Wenn $\omega_0{}'$ der prädizierten Frequenz $\widehat{\omega}_0$ ähnelt kann davon ausgegangen werden, dass die ursprüngliche Schätzung fehlerhaft war und im Folgenden mit $\omega_0{}'$ weitergerechnet werden muss. $K_{\text{signifikant}}$ wird in diesem Fall zu $K_{\text{alternativ}}$ gesetzt.

Ergebnisse

In Abbildung 3 ist das Ergebnis für die Drehzahlschätzung für das Beispiel aus Abbildung 1 und Abbildung 2 dargestellt. Bei dieser Berechnung wurden Ordnungen wie beschrieben abhängig von ihrer Verlässlichkeit hinzugefügt und entfernt. Es wurde $K_{\text{gesamt}} = \{\mathbf{1}; \mathbf{1,5}; \mathbf{2}; \mathbf{3}; \mathbf{4}; \mathbf{6}\}$ verwendet. Die Drehzahl wird nun über die gesamte Zeit korrekt geschätzt.

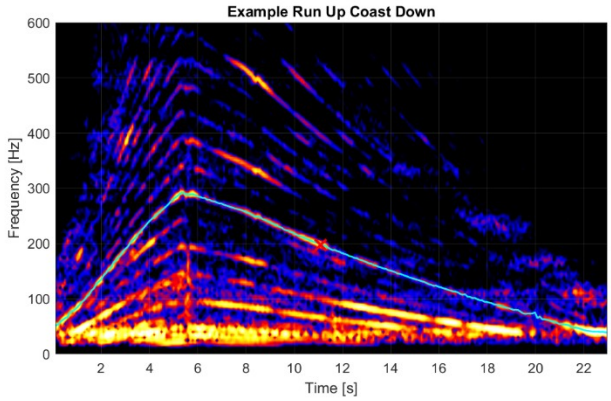

Abbildung 3: Beispiel der Drehzahlschätzung mit Hinzufügen und Entfernen von Ordnungen (Berechnung mit Ordnung $\boldsymbol{K}_{\text{gesamt}} = \{1; 1{,}5; 2;\ 3; 4; 6\}$)

Um zu veranschaulichen, warum es nun nicht mehr zu Fehlern kommt ist in Abbildung 4 dargestellt, welche Ordnungen zu welchem Zeitpunkt verwendet werden. Hierbei sind insbesondere die niedrigsten verwendeten Ordnungen 1 und 1,5 zu beachten. Diese Ordnungen werden im Bereich 12 s – 20 s zu einem großen Teil zur Berechnung verwendet und tragen so dazu bei die vorher in diesem Bereich auftauchenden Fehler zu vermeiden. Im Bereich 4 s – 6 s werden diese Ordnungen größtenteils nicht verwendet, wodurch vermieden wird, dass die hier vorhandenen Störungen zu einer fehlerhaften Schätzung führen.

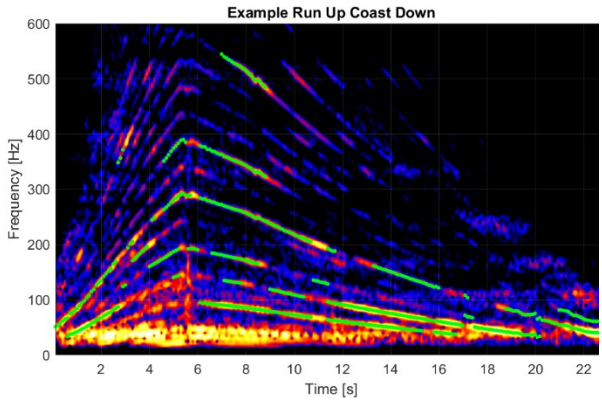

Abbildung 4: Verwendete Ordnungen bei Berechnung mit

Hinzufügen und Entfernen von Ordnungen

In Abbildung 5 ist ein weiteres Beispiel dargestellt. Auch in diesem Beispiel wurde die Berechnung mit Hinzufügen und Entfernen von Ordnungen durchgeführt. Hier kommt es allerdings trotzdem zu einem Fehler: Bei 9,5 s kommt es zu einem Sprung in der Schätzung. Außerdem ist die Schätzung am Ende der Messung fehlerhaft.

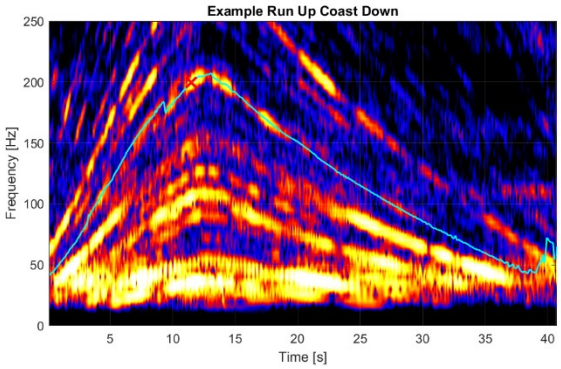

Abbildung 6: Beispiel einer fehlerhaften Drehzahlschätzung.

In Abbildung 6 ist das Ergebnis für dieses Beispiel bei zusätzlicher Verwendung einer Fehlerkorrektur wie beschrieben dargestellt. Sowohl der fehlerhafte Sprung in der Schätzung, als auch die Fehldetektion am Ende der Messung konnte in diesem Beispiel korrigiert werden.

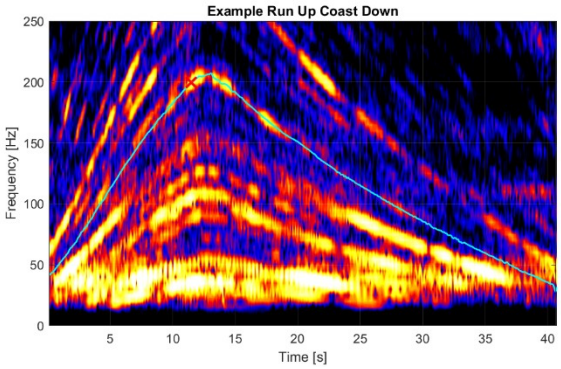

Abbildung 6: Beispiel mit Fehlerkorrektur. Sowohl der Sprung bei 9,5 s, als auch die fehlerhafte Schätzung am Ende des Signals konnten korrigiert werden

Um eine Evaluierung der verschiedenen beschriebenen Erweiterungen zur Drehzahlschätzung auf einer größeren Datenbasis zu erhalten wurde ein Datensatz von 22 Motorsignalen ausgewertet. Diese wurden zunächst von Hand annotiert und ein geeigneter Startpunkt sowie die zugehörige signifikante Ordnung markiert. Anschließend wurde die Drehzahlschätzung auf drei verschiedene Arten durchgeführt:

1. Mit dem unveränderten Algorithmus wie in [1] beschrieben.
2. Mit Hinzufügen und Entfernen von signifikanten Ordnungen basierend auf der Verlässlichkeit der Ordnungen wie oben beschrieben. Im Folgenden als „adaptive Ordnungen“ bezeichnet.
3. Wie in 2. aber mit zusätzlicher Fehlerkorrektur wie oben beschrieben.

Zu allen 22 Signalen standen gemessene Drehzahlen als Referenz zur Verfügung. Zur Bewertung wurde die geschätzte mit der gemessenen Drehzahl für jeden berechneten Zeitblock verglichen. Bis zu einer Abweichung von 3 Hz wurde die Schätzung als korrekt eingestuft, bei größeren Abweichungen als fehlerhaft. Die Erkennungsrate für jedes Signal entspricht dann der Anzahl korrekt erkannter Zeitblöcke im Verhältnis zur Gesamtzahl von Zeitblöcken. In Tabelle 1 sind die durchschnittlichen Erkennungsraten über alle 22 Signale dargestellt.

Tabelle 1: Erkennungsraten verschiedener Varianten der Drehzahlschätzung

[1]	Adaptive Ordnungen	Fehler-korrektur
67 %	80 %	91 %

Die Ergebnisse bestätigen den Vorteil der vorgestellten Erweiterungen des Algorithmus zur Drehzahlschätzung. Werden Ordnungen basierend auf einer geschätzten Verlässlichkeit adaptiv hinzugefügt oder entfernt, so kann die Erkennungsrate deutlich von 67 % auf 80 % verbessert werden. Wird zusätzlich eine Fehlerkorrektur zur Laufzeit durchgeführt, so wird eine zusätzliche Verbesserung um 11 % auf 91 % erreicht.

Fazit

Die Drehzahlschätzung wie in [1] beschrieben liefert nur zufriedenstellende Ergebnisse, wenn die Messdaten möglichst störungsfrei sind. Sind Störungen enthalten, so müssen diese umgangen werden indem zu jedem Zeitpunkt nur Ordnungen zur Berechnung verwendet werden, die außerhalb des Störungsbereichs liegen. Hierfür wurde ein Verfahren, basierend auf einer Schätzung der Verlässlichkeit einzelner Ordnungen, beschrieben. Die Information über die Verlässlichkeit der einzelnen Ordnungen kann zusätzlich zur Fehlerkorrektur genutzt werden.

Die beiden beschriebenen Erweiterungen wurden sowohl auf einzelnen Beispielen, als auch auf einem größeren Datensatz evaluiert. Es konnte gezeigt werden, dass beide Erweiterungen die Ergebnisse der Drehzahlschätzung verbessern können.

Literatur

[1] Herlufsen, H., & Hansen, H. K.: Order tracking in vibro-acoustic measurements: A novel approach eliminating the tacho probe. SAE Technical Paper (2005)

[2] Jeffreys, H. Theory of Probability. Oxford University Press, London, 1939.

[3] Ruanaidh, J. & Fitzgerald, W. Numerical Bayesian Methods Applied to Signal Processing, Statistics and Computing, Springer, 1998.