

# Experimentelle Schallfeldrekonstruktion in einem A400M-Rumpf basierend auf der Finite-Elemente-Methode

Steffen Ungnad<sup>1</sup>, Delf Sachau<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Professur für Mechatronik, 22043 Hamburg, E-Mail: ungnads@hsu-hh.de

## Einleitung

Passagiere und Personal sind in Flugzeugen dauerhaft unerwünschtem Hörschall (Lärm) ausgesetzt. Das daraus entstehende Potential zur Steigerung des Komfortempfindens erzeugt eine Nachfrage nach Methoden zur Lärminderung in Flugzeugkabinen. Als Grundlage für die Entwicklung solcher Methoden sind Informationen über den Ort des Lärmeintrages nötig. Idealerweise entnimmt man diese Informationen den gemessenen Größen Schalldruck und Schallschnelle einer Schallintensitätsmessung [1] deren Messfläche die schallabstrahlende Oberfläche umschließt. Die Güte der Schallintensitätsmessung hängt dabei von den Eigenschaften der akustischen Quellen, der Messumgebung und dem Abstand der Messpunkte relativ zur Quelle ab. Die Messdynamik zur Bestimmung der Schallintensität kann dabei im akustischen Hallfeld durch die Phasenabweichung der Messkanäle begrenzt sein [2]. Zusätzlich steigt der Messaufwand für schwer erreichbare Messpositionen, die nicht automatisiert angefahren werden können.

Mit Verfahren wie der akustischen Nahfeldholographie (NAH) [3] oder der statistisch optimierten akustischen Nahfeldholographie (SONAH) [4] lassen sich Schallfeldgrößen auf der Oberfläche akustischer Quellen anhand der Messung des Schalldrucks auf einer umhüllenden Fläche um die Schallquelle invers berechnen. Diese indirekten Methoden setzen voraus, dass die Schallübertragung in dem interessierenden Bereich über mathematische Modelle angenähert werden kann. Zusätzlich nimmt dabei die Messfläche einfache Geometrieformen wie Rechtecke, Zylinder oder Kugeln an [5]. Die Anwendung in geschlossenen Räumen ist nur dann möglich, wenn der Einfluss von reflektiertem Schall auf die Eingangsdaten im Vorfeld verringert wird [6] oder die Schallausbreitung in der Messumgebung analytisch beschreibbar ist – bzw. numerisch angenähert werden kann [7–11]. Letztere Prozeduren finden sich in der Literatur in Anwendung auf Schallfelder in Innenräumen von Flugzeugen [12–16]. Grundlage für die Weiterverarbeitung von Messdaten zur Schallfeldrekonstruktion sind dabei Regularisierungsmethoden. Diese begrenzen stark anwachsende Fehler in den Ergebnissen aufgrund des Zusammentreffens schlecht konditionierter Systemmatrizen und Messrauschen in Eingangsdaten. Die Unterteilung erfolgt dabei in direkte und in iterative Regularisierungsmethoden [17]. Zu den direkten Methoden zählt die Tikhonov-Regularisierung [18, 19]. Zu den Verfahren für die Bestimmung des zugehörigen Regularisierungsparameters zählen unter anderem die „Generalized Cross-Validation“ (GCV) [20] und das „L-Kurven“-Verfahren (LKV) [21].

Wegen der hohen Sensitivität gegenüber Messrauschen, bildet die Ermittlung der Schallschnelle aus dem Gradienten des rekonstruierten Schallfeldes die Schwachstelle des Verfahrens zur Schallfeldrekonstruktion [22, 23].

Im Folgenden wird deshalb die Anwendung der Finite-Elemente-Methode zur Rekonstruktion der Schallschnelle am Rand eines A400M-Rumpfes durch die Messung des verteilten Schalldrucks im Inneren aufgezeigt. Für die Bewertung der Ergebnisse werden Messwerte der Strukturschnelle der Außenhaut aus einer Laser-Scanning-Vibrometrie-Messung verwendet. Die Bestimmung des Regularisierungsparameters erfolgt über die genannten Verfahren GCV und LKV. Die Ergebnisse bilden die Grundlage für ein zu entwickelndes Messsystem mit dem man auf Basis einer Schalldruckkartierung dominante Schallquellen in Flugzeugkabinen orten kann.

## Methode

Für die Rekonstruktion der frequenzabhängigen komplexen Schallschnelle am Rand aus gegebenen Werten des komplexen Schalldrucks im Inneren wird das akustische Übertragungsverhalten zwischen Mess- und Randbereich benötigt. Dieses Übertragungsverhalten kann durch Unterteilung des gegebenen Luftvolumens mit Finiten-Elementen angenähert werden (Abbildung 1).

Der Zusammenhang zwischen der Schallbeschleunigung als Lastvektor  $\mathbf{f}$ , der dynamischen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  und den Schalldrücken  $\mathbf{p}$  an allen  $n$  Knotenpunkten im akustischen Finite-Elemente-Modell ergibt sich nach [9] zu

$$\mathbf{K}\mathbf{p} = \mathbf{f}. \quad (1)$$

Die inverse Matrix von  $\mathbf{K}$  ist eine vollbesetzte Matrix  $\mathbf{G}$  mit den Matrixeinträgen

$$\mathbf{G} := \begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{i1} & \cdots & g_{ij} \end{bmatrix} \text{ mit } \mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{f}. \quad (2)$$

Sie beinhaltet das Übertragungsverhalten zwischen allen Schalldruckwerten  $p_i$  und allen Lastvektoreinträgen  $f_j$  [24]. Durch die Auswahl der Matrixeinträge in  $\mathbf{G}$  mit den Knotenindizes der Messknoten  $m$  und den Knotenindizes aller Randknoten  $r$  erhält man die Matrix  $\hat{\mathbf{G}}$  als Untermenge von  $\mathbf{G}$  mit  $\hat{\mathbf{G}} := [g_{mr}]$ . Damit ergibt sich das Übertragungsverhalten zwischen den Schalldrücken an den Elementknoten der Messpositionen  $\hat{\mathbf{p}} := [p_m]$  und den Schallbeschleunigungen an den Elementknoten im Randbereich  $\hat{\mathbf{f}} := [f_r]$  zu

$$\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{f}} \quad (3)$$

Die Einträge der Schallschnelle am Rand  $\hat{v}$  ergeben sich durch die Zeitintegration der Einträge der Schallbeschleunigung  $\hat{f}$  mit

$$\hat{v} = \frac{\hat{f}}{i\omega} \quad (4)$$

Hierbei ist  $i$  die imaginäre Einheit und  $\omega$  die Kreisfrequenz. Danach lässt sich die Schallschnelle am Rand aus gegebenen Schalldruckwerten an Elementknoten im Messbereich durch folgenden Zusammenhang berechnen

$$\hat{v} = \frac{\hat{G}^{-1}\hat{p}}{i\omega} \quad (5)$$

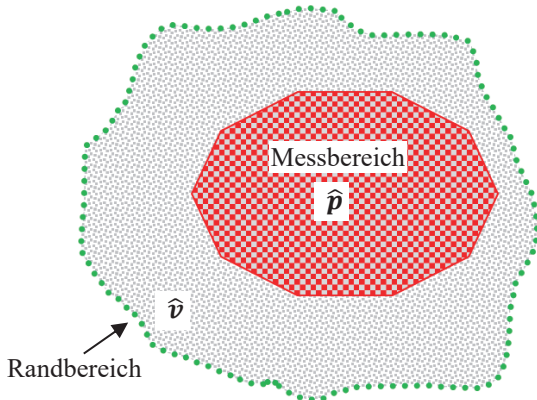


Abbildung 1: Unterteilung der Elementknoten in einem akustischen Finite-Elemente-Modell in Messknoten (rot) und in Randknoten (grün)

### Regularisierung

Die Invertierung von  $\hat{G}$  ( $8556 \times 1826$  Einträge) erfolgt unter Zuhilfenahme der Tikhonov-Regularisierung [18]. Der dabei auftretende Regularisierungsparameter  $\lambda$  wird über die bereits genannten Verfahren GCV und LKV ermittelt [19]. Erreichte Ergebnisse werden anhand der relativen Fehlernorm  $\|e\|_2$  zwischen den gemessenen und den berechneten Werten der Schnelle überprüft.

$$\|e\|_2 = \frac{\|\hat{v} - \hat{u}\|_2}{\|\hat{u}\|_2} \quad (6)$$

$\hat{u}$  beinhaltet hierbei die Werte der gemessenen Strukturschnelle und  $\hat{v}$  beinhaltet die Werte der nach Gleichung 5 rekonstruierten Schallschnelle.

### Messumgebung

Im Innenraum eines A400M-Rumpfes wird das von außen durch Lautsprecher erregte Schallfeld über ein verfahrbares Mikrofonstell vermessend. In Abbildung 2 ist die Messumgebung dargestellt. Das Mikrofonstell umfasst 186 Mikrofonpositionen. Die Schrittweite in  $x$ -Richtung beträgt 0,3 m und die Gesamtlänge des Messbereiches beträgt 13,5 m. Als Erregersignal wird ein gleitendes Sinussignal verwendet. Der Abstand zwischen den Mikrofonpositionen in  $y$ - und in  $z$ -Richtung beträgt 0,27 m (Abbildung 3). Die Strukturschnelle der Außenhaut des Rumpfes wird über ein Laser-Scanning-Vibrometer erfasst. Die in der Draufsicht in

Abbildung 4 erkennbaren Lücken im Messraster entstehen durch kleine Hindernisse und durch den Flügelausschnitt.



Abbildung 2: Messumgebung mit dem in  $x$ -Richtung verfahrbaren Mikrofonstell im Hintergrund

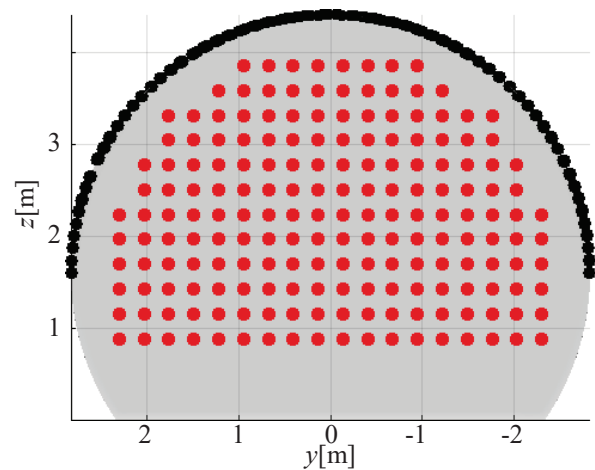


Abbildung 3: Querschnittsansicht: Messpunkte der Schallfeldkartierung (rot); Messpunkte der Schnellemessung auf der Struktur (schwarz)

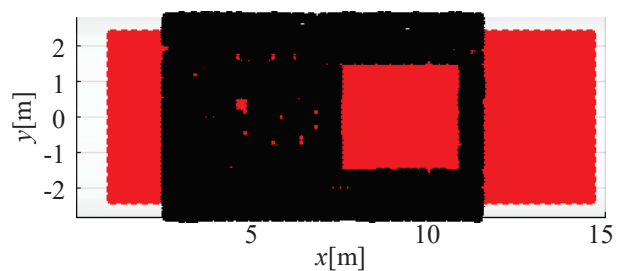


Abbildung 4: Draufsicht: Messpunkte der Schallfeldkartierung (rot); Messpunkte der Schnellemessung auf der Struktur (schwarz)

### Finite-Elemente-Modell

Das in Abbildung 5 dargestellte Modell für den Export der dynamischen Steifigkeitsmatrix wird in COMSOL Multiphysics® generiert und stellt eine vereinfachte Form der Geometrie des Luftvolumens der Messumgebung dar. Die Koordinaten aller Schalldruckmesspunkte werden dem Modell übergeben, um sicherzustellen, dass alle Messpunkte auch gleichzeitig

Netzknoten im Finite-Elemente-Modell sind. Dabei werden lineare Ansatzfunktionen verwendet. Die gewählte Gesamtlänge des akustischen Finite-Elemente-Modells beträgt 15 m.

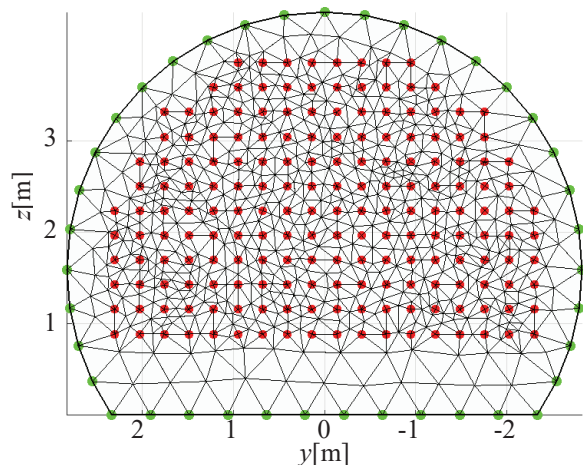


Abbildung 5: Querschnittansicht der Unterteilung der Elementknoten: Messpunkteknoten der Schallfeldkartierung (rot), Elementknoten am Rand (grün)

### Ergebnisse

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt für die Frequenz 63 Hz. Aus Abbildung 6 wird ersichtlich, dass das L-Kurven-Verfahren (LKV) das Minimum der relativen Fehlernorm gut annähert.

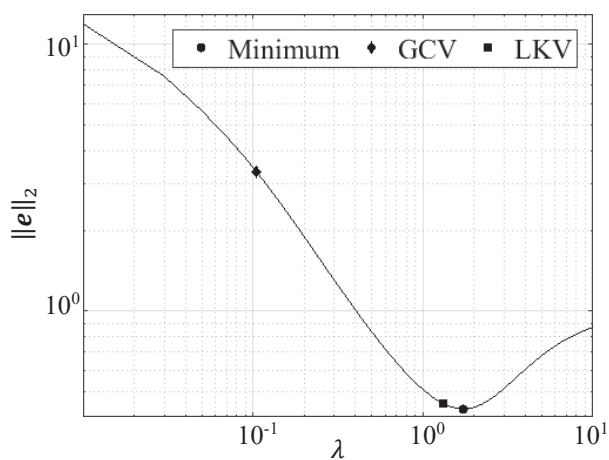


Abbildung 6: Fehlernorm in Abhängigkeit vom Regularisierungsparameter  $\lambda$

In Abbildung 7 sind die Ergebnisse der Beträge der gemessenen Strukturschnelle und der rekonstruierten Schallschnelle auf den Messpunkten der Strukturschnellemessung dargestellt. Eine Normierung aller Ergebnisse erfolgt dabei auf den maximalen Betragswert der gemessenen Strukturschnelle  $\hat{u}$ . Die Suche nach dem Regularisierungsparameter  $\lambda$  mit der Generalized Cross-Validation (GCV) führt in dem hier behandelten Anwendungsfall zu fehlerhaften Ergebnissen, weil  $\lambda$  zu klein gewählt ist. Mit dem L-Kurven-Verfahren (LKV) lassen sich Bereiche der maximalen Schnelle gut identifizieren. Die Amplituden unterhalb von  $x = 5$  m in Abbildung 7c liegen im Vergleich zum Ergebnis basierend auf dem Minimum der

relativen Fehlernorm in Abbildung 7d näher an den gemessenen Werten. Die Wahl des Regularisierungsparameters im Minimum der Kurve aus Abbildung 6 von  $\lambda \approx 1,9$  führt in diesem Bereich zu einer leichten Überregularisierung. Das senkt jedoch zusätzlich die Amplituden im gesamten Messbereich und erzeugt dadurch einen geringeren Wert in der relativen Fehlernorm.

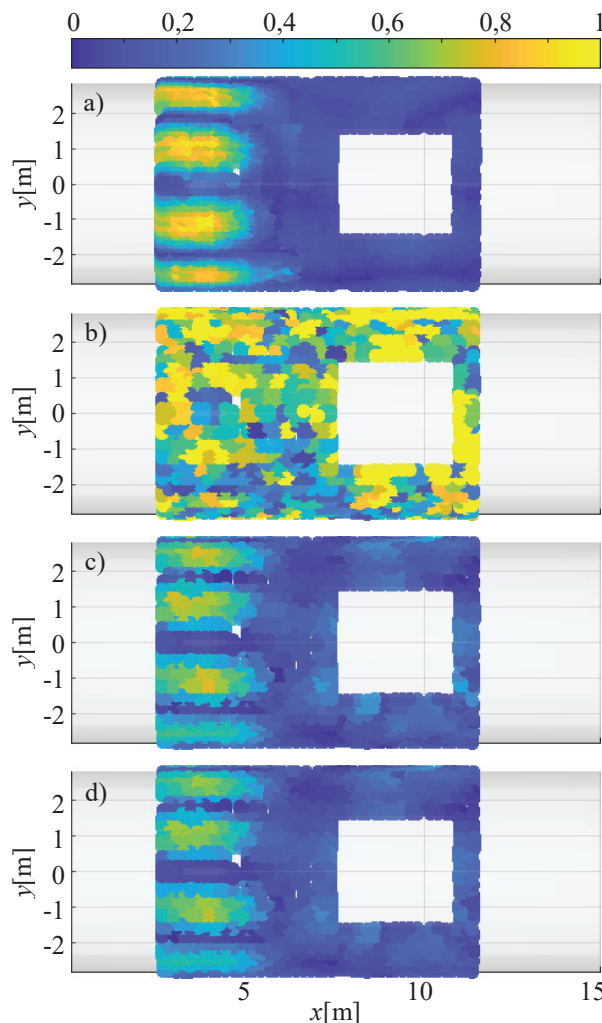


Abbildung 7: a) Gemessene Strukturschnelle; b) rekonstruierte Schallschnelle (GCV); c) rekonstruierte Schallschnelle (LKV); d) rekonstruierte Schallschnelle (Minimum)

### Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag wird eine Methode zur Rekonstruktion der Schallschnelle auf Basis von gemessenen Schalldrücken im Inneren eines A400M-Rumpfes und einem dazugehörigen akustischen Finite-Elemente-Modell vorgestellt. Die Methode sieht vor, das Übertragungsverhalten zwischen den Schallschnellen im Randbereich und den Schalldrücken im Messbereich der inversen dynamischen Steifigkeitsmatrix zu entnehmen. Zwei Regularisierungsverfahren werden anhand von Messungen mit einem Laser-Scanning-Vibrometer überprüft. Ergebnisse bei einer Frequenz von 63 Hz zeigen, dass sich die dominanten Bereiche der Strukturschnelle identifizieren lassen.

## Danksagung

Die Autoren danken dem „Bundesministerium für Wirtschaft und Energie“ sowie der „Airbus Operations GmbH“ für die Möglichkeit zur wissenschaftlichen Erarbeitung der vorgestellten Inhalte im Rahmen des Luftfahrtforschungsprogramms (LuFo). Weiterer Dank gilt Herrn Kai Simanowski und Herrn Dr.-Ing. Christian Köhne von der Helmut-Schmidt-Universität/Universität der Bundeswehr Hamburg für die Zusammenarbeit.

## Literatur

- [1] „Akustik - Bestimmung der Schallleistungspegel von Geräuschquellen aus Schallintensitätsmessungen - Teil 1: Messungen an diskreten Punkten“, DIN EN ISO, 9614-1.
- [2] F. Jacobsen und H.-E. de Bree, „A comparison of two different sound intensity measurement principles“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 3, S. 1510–1517, 2005.
- [3] E. G. Williams, J. D. Maynard und E. Skudrzyk, „Sound source reconstructions using a microphone array“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 1, S. 340–344, 1980.
- [4] J. Hald, „Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 4, S. 2105–2120, 2009.
- [5] E. G. Williams, H. D. Dardy und K. B. Washburn, „Generalized nearfield acoustical holography for cylindrical geometry: Theory and experiment“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 2, S. 389–407, 1987.
- [6] E. Fernandez-Grande, F. Jacobsen und Q. Leclère, „Sound field separation with sound pressure and particle velocity measurements“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 6, S. 3818–3825, 2012.
- [7] B. K. Gardner und R. J. Bernhard, „A noise source identification technique using an inverse helmholtz integral equation method“, *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design*, Nr. 1, S. 84–90, 1988.
- [8] Z. Wang und S. F. Wu, „Helmholtz equation–least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 4, S. 2020–2032, 1997.
- [9] J. Drenckhan, I. Schäfer und D. Sachau, „Identification of Noise Sources in an Aircraft Cabin“ in *Proceedings of International Modal Analysis Conference*, 2004.
- [10] M. Weber, „Inverse Schallquellenortung in Flugzeugkabinen“, *Bericht aus der Professur für Mechatronik*, Hamburg, Dissertation, Helmut-Schmidt-Universität/Universität der Bundeswehr Hamburg, 2010.
- [11] C.-X. Bi, D.-Y. Hu, Y.-B. Zhang und W.-Q. Jing, „Identification of active sources inside cavities using the equivalent source method-based free-field recovery technique“, *Journal of Sound and Vibration*, Nr. 346, S. 153–164, 2015.
- [12] E. G. Williams, B. H. Houston, P. C. Herdic, S. T. Raveendra und B. Gardner, „Interior near-field acoustical holography in flight“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 4, S. 1451–1463, 2000.
- [13] N. P. Valdivia, E. G. Williams und J. Klos, „Reconstruction of the acoustic field using a conformal array“ in *Proceedings of Inter-Noise*, 2006.
- [14] N. P. Valdivia, E. G. Williams und P. C. Herdic, „Approximations of inverse boundary element methods with partial measurements of the pressure field“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 1, S. 109–120, 2008.
- [15] M. Moondra, „Visualizing interior and exterior jet aircraft noise: Kapitel 5, Reconstruction of in-flight interior vibroacoustic response of an aircraft using traditional HELS method“, *Wayne State University Dissertations*, Detroit, Michigan, Dissertation, Wayne State University, 2014.
- [16] T. Kletschkowski, M. Weber und D. Sachau, „Identification of noise sources in an aircraft fuselage using an inverse method based on a finite element model“, *Acta Acustica united with Acustica*, Nr. 6, S. 974–983, 2011.
- [17] P. C. Hansen, „Rank-deficient and discrete ill-posed problems: Kapitel 5 und 6“, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1998.
- [18] A. N. Tikhonov, „Numerical methods for the solution of ill-posed problems“, *Springer*, 2011.
- [19] P. C. Hansen, „Discrete inverse problems: Kapitel 4.4 Tikhonov regularization“, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2010.
- [20] G. H. Golub, M. Heath und G. Wahba, „Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter“, *Technometrics*, Nr. 2, S. 215–223, 1979.
- [21] P. C. Hansen und D. P. O’Leary, „The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems“, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Nr. 6, S. 1487–1503, 1993.
- [22] B.-K. Kim und J.-G. Ih, „On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 5, S. 3003–3016, 1996.
- [23] E. G. Williams, B. H. Houston und P. C. Herdic, „Fast fourier transform and singular value decomposition formulations for patch nearfield acoustical holography“, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Nr. 3, S. 1322–1333, 2003.
- [24] F. Hartmann, „Green's functions and finite elements: Kapitel 3.12 The inverse stiffness matrix“, *Springer*, 2013.