

Bewertung der Schwingungsbelastung der Insassen eines PKW unter Berücksichtigung von Unsicherheiten in der Anregung

Karl Zerle¹, Kheirollah Sepahvand und Steffen Marburg

Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, Technische Universität München

¹E-Mail: karl.zerle@tum.de

Einleitung

Der Mensch ist seit jeher verschiedenen Arten von Schwingungen ausgesetzt. Die Exposition findet während der Arbeit und in der Freizeit statt, sowie beim Reisen auf der Straße, auf Schienen, zu Wasser oder in der Luft. Zur Beurteilung der Schwingungseinwirkungen auf den Körper des Menschen kann der Schwingungsdosiswert (Vibration Dose Value - VDV) betrachtet werden [1]

$$VDV = \sqrt[4]{\int_0^T a_w^4(t) dt} \quad [\text{m/s}^{1.75}] \quad (1)$$

mit der Messdauer T und der frequenzgewichteten Beschleunigung $a_w(t)$ zur Zeit t .

Die Ganzkörper-Schwingungen sind oft stochastisch, beinhalten verschiedene Amplituden und Frequenzen und variieren zeitabhängig. Des Weiteren ist die Übertragung von Schwingungen auf den menschlichen Körper und deren Wirkung von der Körperhaltung und individuellen Merkmalen wie Körperbau, Alter, Geschlecht oder Gesundheitszustand abhängig, die von Mensch zu Mensch unterschiedlich sind. Dieser Artikel befasst sich daher mit der Bewertung der Vibrationsbelastung unter Berücksichtigung von Unsicherheiten, der ein Insasse in einem Auto während der Fahrt ausgesetzt ist.

Zur Beachtung, Handhabung und Klassifizierung von Ganzkörper-Schwingungen sind, neben unzähligen wissenschaftlichen Veröffentlichungen, verschiedene nationale und internationale Normen verfügbar, beispielsweise ISO 2631, BS 6841 und VDI 2057. In diesen Richtlinien werden unter anderem Grenzen für die menschliche Schwingungsaussetzung vorgeschlagen, um negative Auswirkungen zu verhindern.

Zahlreiche wissenschaftliche Arbeiten nutzen experimentelle Ansätze oder deterministische Simulationsmethoden, um die menschliche Ganzkörper-Vibrationsbelastung im PKW zu bewerten. Nur in sehr wenigen Veröffentlichungen wird stochastische Simulation angewandt, um beispielsweise Unsicherheiten im Simulationsmodell oder der Oberfläche der Fahrbahn zu berücksichtigen [2,3]. Jedoch wurde bislang kein Ansatz zur nicht Sampling-basierten Berechnung des Schwingungsdosiswertes (Vibration Dose Value – VDV) bei der Fahrt im PKW unter Unsicherheiten verfolgt, sondern es wurde stets die Sampling-basierte Monte Carlo Simulationsmethode angewandt. Dies ist unter anderem

durch den nach wie vor geringen Bekanntheitsgrad sogenannter „non-sampling Methoden“, sowie durch die damit verbundene anspruchsvollere Mathematik begründet.

Die Anwendung der Monte Carlo Methode für stochastische Simulation geht einher mit einem sehr hohen Rechenaufwand, da dieser Ansatz sehr ineffizient ist. Diese Sampling-basierte Methode kann unter Anwendung detaillierter Simulationsmodelle in der Praxis kaum eingesetzt werden, denn die Rechenzeiten würden inakzeptabel hoch.

In dieser Arbeit soll daher die nicht Sampling-basierte Polynom-Chaos Methode angewandt werden, um die Schwingungsbelastung der Insassen eines PKW während der Fahrt zu bewerten. Insbesondere wird die Kollokationsmethode eingesetzt, um die Unsicherheiten in der Anregung durch das zufällige Oberflächenprofil der Fahrbahn zu berücksichtigen.

Zur Analyse wird ein Mehrkörpersimulationsmodell eines Personenkraftwagens entwickelt. Unter Anwendung der Methode zur stochastischen Simulation wird die Schwingungsanregung an den Rädern als zufällig angenommen.

Polynom-Chaos und die Kollokationsmethode

Dieser Abschnitt soll als kurze Einführung in die Polynom-Chaos Entwicklung dienen. Ausführliche Informationen und Hintergründe können beispielsweise den Werken von Ghanem & Spanos [4], Xiu & Karniadakis [5] oder Sepahvand et al. [6] entnommen werden.

Die Unsicherheiten im System Ein- und Ausgang können mittels der Polynom-Chaos Entwicklung approximiert werden. Diese entspricht einer Entwicklung von orthogonalen Polynomen bezüglich der Zufallsvariablen. Der große Nutzen der Methode entsteht dadurch, dass die stochastische Systemgleichung (oder Gleichungssystem) durch ein System von deterministischen Gleichungen ersetzt wird, dessen Lösung eine Approximation der Lösung der stochastischen Systemgleichung (oder Gleichungen) darstellt. Während die Monte Carlo Methode aufwendiges Sampling erfordert, muss hier lediglich ein System aus deterministischen Gleichungen gelöst werden.

Die grundlegenden Ideen von Galerkin Projektion und Kollokationsmethode sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden. Es soll ein komplettes Set orthogonaler Polynome ψ betrachtet werden, welche Funktionen einer Zufallsvariable ξ sind. $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots\}$ ist ein Vektor aus Zufallsvariablen ξ_i

mit jeweils zugehörigem Zufallsraum Ω_i . Der Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, F, P) mit dem Zufallsraum Ω , der σ -Algebra F bezüglich Ω , und dem Wahrscheinlichkeitsmaß P bezüglich Ω ist gegeben. Ein unsicherer Parameter $X: \Omega \rightarrow R$ mit endlicher Varianz kann demnach wie folgt ausgedrückt werden [5, 6]

$$X(\xi) = x_0\psi_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} x_{i_1}\psi_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} x_{i_1 i_2}\psi_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} x_{i_1 i_2 i_3}\psi_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots$$

oder in der kompakten Form

$$X(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i\psi_i(\xi) \tag{2}$$

x_i sind unbekannte deterministische Koeffizienten, auf deren Berechnung im Folgenden eingegangen wird. Multiplikation beider Seiten von Gleichung (2) mit einer Testfunktion $\psi_j(\xi)$ ergibt

$$\langle x(\xi), \psi_j(\xi) \rangle = \left\langle \sum_{i=0}^{\infty} x_i\psi_i(\xi), \psi_j(\xi) \right\rangle$$

$$\text{für } i = j: x_i = \frac{\langle x(\xi), \psi_i(\xi) \rangle}{\langle \psi_i^2(\xi) \rangle} \quad i = 0, 1, 2, \dots \tag{3}$$

Bei einem multidimensionalen Wahrscheinlichkeitsraum und unabhängigen Zufallsvariablen resultiert [6]

$$x_i = \frac{1}{\langle \psi_i^2 \rangle} \int_{\Omega_1} \dots \int_{\Omega_n} X \psi_k(\xi) \rho_1(\xi_1) \dots \rho_n(\xi_n) d\xi_1 \dots d\xi_n \tag{4}$$

wobei $\rho_i(\xi_i)$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariablen ξ_i ist. Dieser Ansatz zur Bestimmung der deterministischen Koeffizienten wird auch intrusive Methode oder Galerkin Projektion genannt. Sobald die Koeffizienten bekannt sind, ist die Lösung des Problems abgeschlossen. Die Verteilung sowie die stochastischen Momente gehen direkt aus den Koeffizienten hervor. In der Praxis wird die unendliche Reihe in Gleichung (2) auf eine endliche Anzahl an Termen beschränkt:

$$X(\xi) \approx \sum_{i=0}^N x_i\psi_i(\xi) \tag{5}$$

Demnach ist die Anzahl an Termen $N + 1$, welche wie folgt berechnet werden kann [5]

$$N + 1 = \frac{(n + p)!}{n! p!} \tag{6}$$

mit der Dimension n der Zufallsvariable ξ . p ist die höchste Ordnung der Polynome $\psi_i(\xi)$.

Bestimmte Typen von orthogonalen Polynomen haben Gewichtsfunktionen, die identisch sind mit den Wahrscheinlichkeitsfunktionen bestimmter Zufallsverteilungen. In der Praxis wird der Typ der Polynome deshalb unter Berücksichtigung der gegebenen Verteilung der Zufallsvariablen gewählt. Tabelle 1 zeigt die

verschiedenen Typen orthogonaler Polynome zu den entsprechenden Zufallsvariablen.

Tabelle 1: Typ der Polynome und die entsprechenden Zufallsvariablen, nach [5]

Zufallsvariable ξ	Typ der Polynome	Domain
Gaussian	Hermite	$(-\infty, \infty)$
Gamma	Laguerre	$[0, \infty)$
Beta	Jacobi	$[a, b]$
Uniform	Legendre	$[a, b]$

Neben der Galerkin Projektion kann zur Bestimmung der unbekannt, deterministischen Koeffizienten die nicht-intrusive Methode, auch Kollokationsmethode genannt, angewendet werden. Bei der Kollokationsmethode wird das Modell beziehungsweise die Systemgleichungen als „Black Box“ behandelt. Im Gegensatz zur Galerkin Projektion können daher auch nichtlineare Systeme sowie Systeme mit unbekannt Strukturdaten betrachtet werden.

Während der Fehler durch die Approximation bei der Galerkin Projektion im gesamten Gebiet minimiert wird, gilt dies bei der Kollokationsmethode nur an bestimmten Punkten, den sogenannten Kollokationspunkten $\xi^{(p)}$ [6,7]

$$\varepsilon(\xi^{(p)}) = 0 \tag{7}$$

Die Kollokationspunkte werden bestimmt als die Nullstellen des Polynoms, welches eine Ordnung über dem höchsten für die Approximation verwendeten Polynoms ist. Als Beispiel soll Polynom-Chaos vierter Ordnung mit zwei unisicheren Parametern ξ_1 und ξ_2 betrachtet werden. Es ergeben sich mit der höchsten Ordnung der Polynome $N + 1 = 5$ fünf Nullstellen und demnach insgesamt $(N + 1)^p = 5^2 = 25$ Kollokationspunkte, da die Nullstellen für die zwei Dimensionen für alle Möglichkeiten kombiniert werden. Anschließend wird mit dem originalen Simulationsmodell ein Lauf für jeden Kollokationspunkt $\xi^{(p)}$ durchgeführt.

$$\begin{aligned} \xi^{(1)} &\rightarrow \text{Modell} \rightarrow F^{(1)} \\ &\vdots \\ \xi^{(25)} &\rightarrow \text{Modell} \rightarrow F^{(25)} \end{aligned}$$

Als Ergebnis ergibt sich ein Vektor $F(\xi)$, oder bei Zeit- oder Ortsabhängigkeiten (*) eine Matrix $F(*, \xi)$. Der Polynom-Chaos Ansatz

$$F(*, \xi) = \sum_{j=0}^N f_j(*)\psi_j(\xi) \tag{8}$$

kann als Gleichungssystem in Matrix-Form dargestellt werden

$$\begin{Bmatrix} F^{(1)} \\ \vdots \\ F^{(25)} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{15} \end{Bmatrix}$$

$$[A] = [\psi(\xi^{(i)})]_{25 \times 15}, \quad i = 1, 2, \dots, 25 \tag{9}$$

Dieses System deterministischer Gleichungen kann sehr effizient gelöst und somit die unbekanntenen Koeffizienten f_j berechnet werden. Mit der Bestimmung der Koeffizienten ist das Problem vollständig gelöst, da die statistischen Eigenschaften des Systemausgangs F unmittelbar aus den Koeffizienten f_j bestimmt werden können.

Simulation und Ergebnisse

Unter Verwendung des in Abbildung 1 dargestellten Mehrkörpermodells kann die Schwingungsbelastung der Insassen eines PKW bei Fahrt über unebenen Untergrund ermittelt werden.

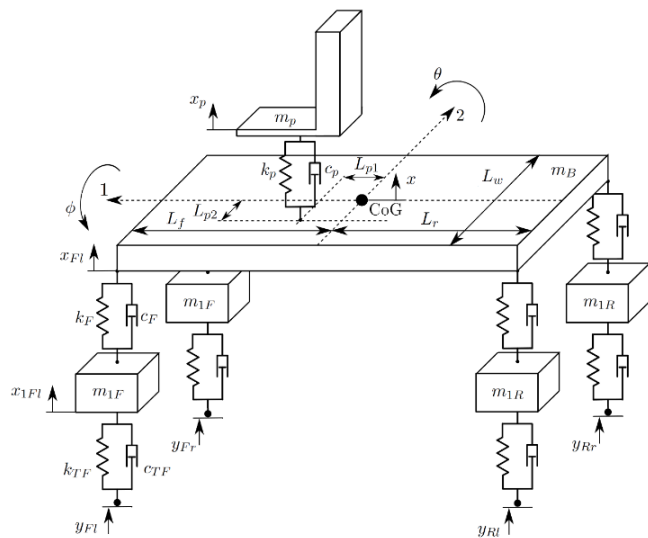


Abbildung 1: Mehrkörpersimulationsmodell des PKW mit acht Freiheitsgraden, nach [8]

An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass es sich bei dem vorliegenden Modell um eine stark vereinfachte Abbildung eines PKW handelt. Dies stellt jedoch kein Problem dar. Das zentrale Thema dieser Arbeit ist die Bewertung der Vibrationsbelastung in einem PKW durch die Anwendung einer nicht Sampling-basierten Simulationsmethode zur Berücksichtigung von Unsicherheiten in der Schwingungsanregung an den Rädern. Die vorgestellte Simulationsmethode ist unabhängig vom Detaillierungsgrad des Modells. Wie in Abschnitt 2 erläutert, behandelt die Kollokationsmethode das originale Simulationsmodell als „Black Box“. Daher kann der hier angewandte Ansatz genauso für detaillierte Mehrkörpersimulationsmodelle mit einer sehr großen Anzahl an Freiheitsgraden, wie sie beispielsweise von Automobilherstellern verwendet werden, genutzt werden.

Nach Untersuchung verschiedener Szenarien sollen hier exemplarisch die Ergebnisse für eine Fahrt über eine wellige Landstraße gezeigt und diskutiert werden. Die Anregung an den Rädern ist als reine Weganregung modelliert und durch eine Sinusfunktion approximiert. Für eine einfache Interpretation werden hier Ergebnisse gezeigt, die aus

Untersuchungen mit lediglich einem unsicheren Parameter, der Amplitude A , resultieren.

$$y(t, \xi) = A(\xi) \sin(\omega t) \quad (10)$$

Zusätzlich zur Amplitude kann beispielsweise auch die Anregungsfrequenz ω als unsicherer Parameter behandelt werden, um noch aussagekräftigere Ergebnisse zu generieren.

Die zufällige Amplitude wird im vorliegenden Fall als normalverteilt angenommen. Dieser unsichere Eingangsparameter kann daher mit Polynom-Chaos Entwicklung auf Basis von Hermite Polynomen approximiert werden.

Der Erwartungswert μ der Amplitude wird auf 10 mm festgelegt. Die Standardabweichung σ soll 1 mm betragen, was 10% des Erwartungswertes entspricht. Für die Geschwindigkeit des Autos wird 70 km/h angenommen. Bei einer Wellenlänge der Straße von ca. 10.2 m ergibt sich eine Anregungsfrequenz ω von 12 rad/s.

Da die Schwingungsbelastung des Passagiers bewertet werden soll, muss zunächst die Beschleunigung des Sitzes in vertikaler Richtung bestimmt werden. In Abbildung 2 ist die gesuchte Beschleunigung am Sitz in vertikaler Richtung über der Zeit dargestellt.

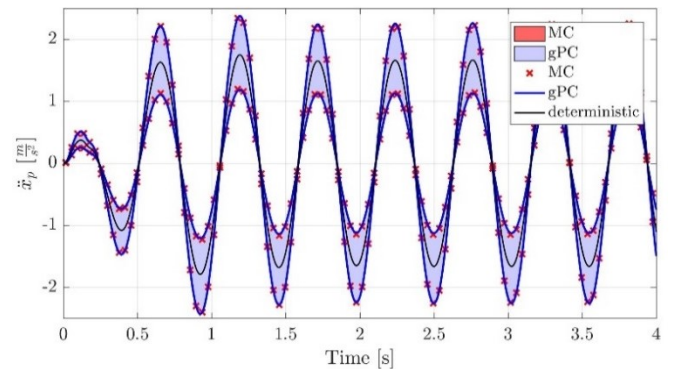


Abbildung 2: Beschleunigungen am Fahrersitz über der Zeit. Kollokationsmethode (dritte Ordnung, 5 Kollokationspunkte, 1000 Realisierungen) vs. Monte Carlo Methode (1000 Samples)

Zum Vergleich ist sowohl das Ergebnis aus der Kollokationsmethode, als auch die mittels Sampling-basierter Monte Carlo Methode gewonnene Systemantwort gezeigt. Der schwarze Graph stellt die deterministische Lösung dar. Die blaue und die rote Fläche umfassen den Bereich aller Lösungen, die für beide Simulationsmethoden aufgrund der Unsicherheit in der Anregung entstehen. Die Bereiche der Lösungen aus Kollokationsmethode und Monte Carlo Methode überdecken sich fast perfekt. Der Kollokationsmethode kann daher bereits an dieser Stelle eine hohe Genauigkeit attestiert werden. Während mit dem originalen Simulationsmodell bei Anwendung der Monte Carlo Methode 1000 Simulationsläufe nötig sind, sind bei der Kollokationsmethode im vorliegenden Fall nur fünf

Läufe für fünf Kollokationspunkte erforderlich. Anschließend kann sehr effizient eine große Anzahl an Realisierungen (hier 1000) mit dem approximierten Modell durchgeführt werden. Zwischen den Rechenzeiten der nicht Sampling-basierten Kollokationsmethode und der Monte Carlo Methode liegen im vorliegenden Fall Faktoren um 30. Bei Anwendung größerer, detaillierterer Simulationsmodelle können je nach Anzahl unsicherer Parameter noch wesentlich größere Faktoren resultieren und somit noch signifikantere Einsparungen hinsichtlich des Rechenaufwands erreicht werden.

Mit den gewonnenen Ergebnissen kann schließlich der Schwingungsdosiswert VDV bestimmt werden. Der Frequenzwichtungsfaktor wird gemäß ISO 2631-1 [1] zu 0.531 gewählt. Das Ergebnis für eine 30-minütige Fahrt des PKW über die wellige Landstraße ist in Abbildung 3 gezeigt.

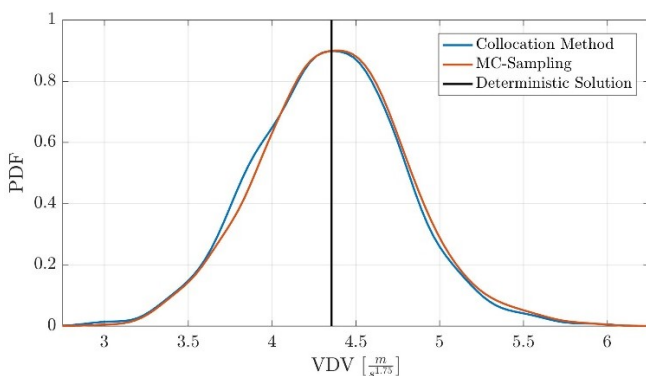


Abbildung 3: Dichtefunktion des Schwingungsdosiswertes für eine 30-minütige Fahrt. Kollokationsmethode (dritte Ordnung, 5 Kollokationspunkte, 1000 Realisierungen) vs. Monte Carlo Methode (1000 Samples)

Auch in diesem Plot ist die gute Genauigkeit der Kollokationsmethode klar erkennbar. Die Graphen aus Kollokationsmethode und Monte Carlo Methode unterscheiden sich nur minimal. Des Weiteren wird die Mächtigkeit stochastischer Simulation deutlich. Aufgrund der Unsicherheiten in der Anregung resultiert eine deutliche Streuung im Systemausgang. Mittels deterministischer Simulation kann lediglich ein Nominalwert von ca. $4.3 \text{ m/s}^{1.75}$ für den Schwingungsdosiswert gefunden werden, während durch die Anwendung stochastischer Simulation die Unsicherheit im Systemausgang aufgrund der Unsicherheit im Systemeingang identifiziert werden kann. Somit ist bei Anwendung stochastischer Simulation eine weitaus bessere Bewertung der Schwingungsbelastung der Insassen eines PKW möglich.

Zusammenfassung

Die gezeigten Ergebnisse unterstreichen die Wichtigkeit der Anwendung stochastischer Simulation für Problemstellungen mit Parameterunsicherheiten. Es ist offensichtlich, dass bei der Bewertung der Schwingungsbelastung der Insassen eines PKW

verschiedene Parameter Unsicherheiten enthalten. Die Anwendung Sampling-basierter Methoden ist unmittelbar mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden. Insbesondere beim Einsatz detaillierter Simulationsmodelle mit einer großen Zahl an Freiheitsgraden ergeben sich dadurch inakzeptabel hohe Rechenzeiten. Die Ergebnisse dieser Arbeit bestätigen jedoch die Anwendbarkeit und die Genauigkeit nicht Sampling-basierter Simulationsmethoden, welche verhältnismäßig kleine Rechenzeiten in Anspruch nehmen. Die Anwendung der Kollokationsmethode wird daher empfohlen, und es wird angenommen, dass die Verbreitung der Anwendung nicht Sampling-basierter Methoden für stochastische Simulation in der Industrie nur eine Frage der Zeit darstellt.

Literatur

- [1] International Organization for Standardization. ISO 2631-1. Mechanical vibration and shock - evaluation of human exposure to whole-body vibration – part 1: general requirements. ISO, 1997.
- [2] A. Batou, C. Soize, C. K. Choi, und H. H. Yoo. Robust design in multibody dynamics – application to vehicle ride-comfort optimization. *Procedia Iutam*, 13:90-97, 2015.
- [3] J. Vom Scheidt, R. Wunderlich, und B. Fellenberg. Random road surfaces and vehicle vibration. *Progress in industrial mathematics at ECMI*, 98:352-359, 1999.
- [4] R. G. Ghanem und P. D. Spanos. *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*. Springer-Verlag, New York, 1991.
- [5] D. Xiu und G. E. Karniadakis. The wiener-asky polynomial chaos for stochastic differential equations. *SIAM journal on scientific computing*, 24(2):619-644, 2002.
- [6] K. Sepahvand, S. Marburg und H. J. Hardtke. Uncertainty quantification in stochastic systems using polynomial chaos expansion. *International Journal of Applied Mechanics*, 2(02):305-353, 2010.
- [7] K. Sepahvand und S. Marburg. *Random and Stochastic Structural Acoustic Analysis. Engineering Vibroacoustic Analysis: Methods and Applications*. Hrsg. S. H. Sung S. A. Hambric und D. J. Nefske. New York: John Wiley & Sons, Kap. 10, 305-338, 2016.
- [8] A. Shirahatt, P. Prasad, P. Panzade, und M. M. Kulkarni. Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding. *Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 30(1), 2008.