

Gekoppelter Helmholtz-Resonator mit schwingfähigem mechanischem Resonator

Hannah Hoppen^{1*}, Felix Langfeldt¹, Wolfgang Gleine¹, Otto von Estorff²

¹ Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 20099 Hamburg, Deutschland

² Technische Universität Hamburg, 21073 Hamburg, Deutschland

* Email: Hannah.Hoppen@haw-hamburg.de

Einleitung

Resonanzabsorber werden häufig zur tieffrequenten Schallisolation eingesetzt. Unter den akustischen Resonanzabsorbern sind vor allem Helmholtz-Resonatoren weit verbreitet. Diese werden z. B. als Seitenarm in Rohren oder Leitungen verbaut, um die Schallausbreitung entlang der Rohre zu reduzieren. Eine weitere mögliche Anwendung finden Helmholtz-Resonatoren als Absorber in Doppelwänden, wie zum Beispiel von Flugzeugen [1], oder in der Raumakustik. Da diese Absorber aber nur in einem schmalen Frequenzband um die Resonanzfrequenz herum wirksam sind, ist ihre Anwendbarkeit lediglich auf tonale oder schmalbandige Spektralbereiche beschränkt. In der Literatur sind viele Modifikationen von Helmholtz-Resonatoren zu finden, die deren Anwendung auf ein oder mehrere weitere Frequenzbänder erweitern. So wurden Resonatoren entworfen, die aus zwei hintereinander gebauten Helmholtz-Resonatoren bestehen und dementsprechend zwei Resonanzfrequenzen aufweisen [2, 3]. Die Fortführung davon ist eine Reihenschaltung von mehreren Helmholtz-Resonatoren hintereinander [4]. Weitere Verbesserungen von Helmholtz-Resonatoren können durch den Einsatz von Membranen oder flexiblen Platten erzielt werden [5]-[8]. Zhao [9] stellt ein Konzept vor, in dem zwei Mikroschlitzte über benachbarte, voneinander getrennte Kavitäten für zwei Resonanzfrequenzen sorgen.

Im vorliegenden Beitrag wird ein neuartiges Konzept für einen Helmholtz-Resonator, siehe Abbildung 1, mit erhöhter Bandbreite vorgestellt, der sich, im Gegensatz zu den oben genannten Konzepten, dadurch auszeichnet, dass sich die Masse und das Volumen des Resonators nicht nennenswert ändern.

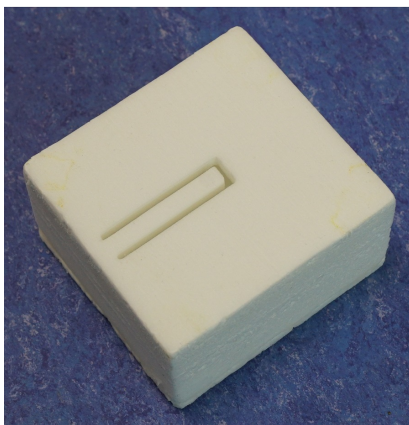


Abbildung 1: Foto des Helmholtz-Resonators mit schwingfähigem Biegebalken.

Die betrachtete Anordnung besteht aus einem Helmholtz-Resonator und einem schwingfähigen Biegebalken in der Resonatoröffnung. Zur Herstellung wird in eine ebene Seitenwand des Resonatorgehäuses ein u-förmiger Schlitz gebracht, sodass der Biegebalken (englisch *cantilever*, deshalb im Folgenden mit CL abgekürzt) und gleichzeitig die Helmholtz-Resonatoröffnung entstehen. Die Schlitzgeometrie definiert die Öffnungsfläche des Helmholtz-Resonator-Halses. Die Dicke der geschlitzten Seitenwand bestimmt sowohl die Halslänge des Helmholtz-Resonators als auch die Dicke des Biegebalkens.

Nachfolgend wird ein analytisches Modell zur Berechnung der Resonanzfrequenzen des gekoppelten Resonators hergeleitet. Die analytischen Ergebnisse werden mit numerischen verglichen. Beim Einbau dieses Resonatorsystems in eine Doppelwand, wie oben erwähnt, lässt sich bei flächenhafter Anordnung das Schalldämmmaß der Doppelwand erhöhen. In diesem Beitrag wird zunächst das Schalldämmmaß einer Einheitszelle dieser Anordnung im Impedanzrohr und numerisch untersucht.

Analytisches Modell für die Resonanzfrequenzen des Resonators

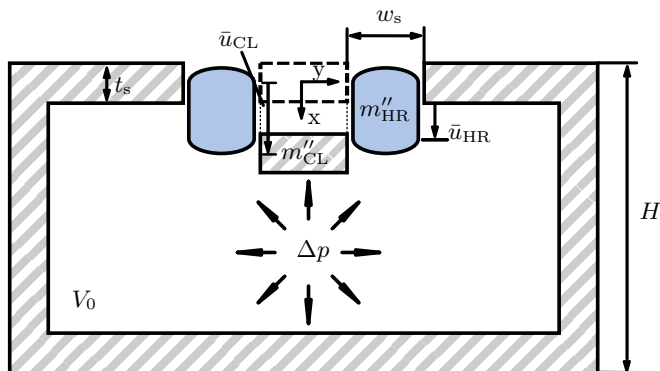
Der betrachtete Resonator stellt einen Oszillator mit zwei Freiheitsgraden dar. Der erste Freiheitsgrad ist die Bewegung der Luftmasse im Hals und der zweite Freiheitsgrad ist die Biegeschwingung des Balkens. Die Schwingungen sind über Luftkräfte im Resonatorvolumen V_0 gekoppelt.

In Abbildung 2(a) ist ein Querschnitt und 2(b) die Draufsicht des Helmholtz-Resonators mit schwingfähigem Biegebalken dargestellt.

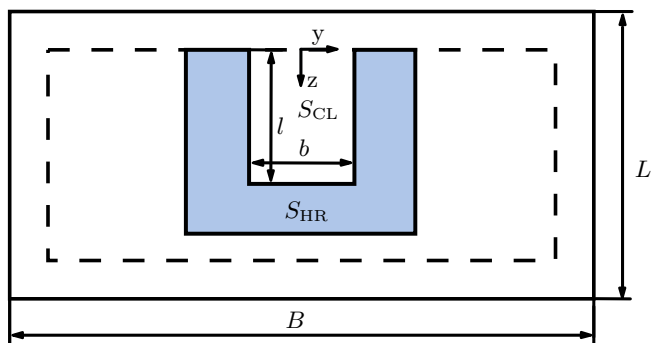
Die Verschiebung \bar{u}_{HR} der Luftmasse m''_{HR} im Resonatorhals mit der Fläche S_{HR} und das durch den Balken (mit der Fläche S_{CL}) verdrängte Luftvolumen $\iint_{S_{CL}} u_{CL} dS$ verursachen eine Volumenänderung in der Kavität:

$$\Delta V = \Delta V_{HR} + \Delta V_{CL} = -S_{HR}\bar{u}_{HR} - \iint_{S_{CL}} u_{CL} dS. \quad (1)$$

Abhängig von der Volumenänderung entsteht eine Druckänderung Δp innerhalb des Resonators. Da im tiefen Frequenzbereich alle geometrischen Abmaße des Resonators klein gegenüber der Wellenlänge sind, kann die Druckamplitude pro Frequenz innerhalb der Kavität als näherungsweise konstant angenommen werden und mit



(a) Querschnitt des Resonators



(b) Draufsicht des Resonators

Abbildung 2: Schematische Abbildung des Resonators. Die blau ausgefüllten Flächen stellen das Luftvolumen im Hals des Helmholtz-Resonators dar.

dem Kompressionsmodul $B_0 = \rho_0 c_0^2$ berechnet werden [10]:

$$\Delta p = -\rho_0 c_0^2 \frac{\Delta V}{V_0} = -B_0 \frac{\Delta V}{V_0}. \quad (2)$$

Mit Gl. 1 ist die Druckänderung innerhalb der Kavität:

$$\Delta p = \frac{B_0}{V_0} S_{HR} \bar{u}_{HR} + \frac{B_0}{V_0} \iint_{S_{CL}} u_{CL} dS. \quad (3)$$

Die Bewegungsgleichung für die Luftmasse im Hals des Helmholtz-Resonators lautet unter Vernachlässigung der Reibungseffekte im Hals

$$\omega^2 \bar{u}_{HR} m''_{HR} = \Delta p. \quad (4)$$

Die Bewegungsgleichung des Biegebalkens mit dem Querschnitt A_{CL} , dem axialen Flächenmoment 2. Ordnung I_y , der Dichte ρ_{CL} und dem Elastizitätsmodul E lautet [11]

$$\rho_{CL} A_{CL} \frac{\partial^2 u_{CL}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(E I_y \frac{\partial^2 u_{CL}}{\partial z^2} \right) = -\Delta p b \quad (5)$$

Für die Berechnung der Resonanzfrequenzen des gekoppelten Systems wird die erste Eigenform des Biegebalkens berücksichtigt. Deshalb wird als Ansatzfunktion für

Durchbiegung der Mittellinie des Balkens $u_{CL}(z)$ die ersten Eigenform $u_{CL1}(z)$ [11]

$$u_{CL,1}(z) = A_1 \sin(k_1 z) + B_1 \cos(k_1 z) + C_1 \sinh(k_1 z) + D_1 \cosh(k_1 z) \quad (6)$$

mit dem Eigenwert k_1

$$k_1^2 = \sqrt{\frac{\rho_{CL} A_{CL}}{E I_y}} \omega_1 \quad (7)$$

gewählt. Mit $\frac{\partial^4 u_{CL1}}{\partial z^4} = k_1^4 u_{CL1}$ (nach Gl. 6) wird aus Gl. 5

$$(\omega_{CL1}^2 - \omega^2) \rho_{CL} A_{CL} u_{CL1}(z) = -\Delta p b. \quad (8)$$

Mit Δp aus Gl. 3 und der Flächenmasse des Balkens $m''_{CL} = \rho_{CL} A_{CL} / b$ resultieren folgende gekoppelte Bewegungsgleichungen:

$$m''_{HR} \omega^2 \bar{u}_{HR} = \frac{B_0}{V_0} S_{HR} \bar{u}_{HR} + \frac{B_0}{V_0} \iint_{S_{CL}} u_{CL1} dS \quad (9)$$

$$(\omega_{CL1}^2 - \omega^2) m''_{CL} u_{CL1}(z) = -\frac{B_0}{V_0} S_{HR} \bar{u}_{HR} - \frac{B_0}{V_0} \iint_{S_{CL}} u_{CL1} dS. \quad (10)$$

Mit einer gemittelten Auslenkung des Balkens $\bar{u}_{CL} = \iint_{S_{CL}} u_{CL1}(z) dS / S_{CL}$ resultieren daraus die folgenden Eigenfrequenzen des Resonators:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_{CL1}^2 + \frac{B_0 S_{HR}}{V_0 m''_{HR}} + \frac{B_0 S_{CL}}{V_0 \rho_{CL} t_s} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\omega_{CL1}^2 + \frac{B_0 S_{HR}}{V_0 m''_{HR}} + \frac{B_0 S_{CL}}{V_0 \rho_{CL} t_s} \right)^2 - \frac{B_0 S_{HR}}{V_0 m''_{HR}} \omega_{CL1}^2}. \quad (11)$$

Mit ω_{CL1} , der Resonanzfrequenz des Biegebalkens im Vakuum, kann $\omega_{CL1,V}^2 = \omega_{CL1}^2 + \frac{B_0 S_{CL}}{V_0 m''_{CL}}$, die Resonanzfrequenz des Biegebalkens mit Berücksichtigung der zusätzlichen Steifigkeit durch das Luftvolumen V_0 in der Kavität, definiert werden. Mit $\omega_{HR}^2 = \frac{B_0 S_{HR}}{V_0 m''_{HR}}$ und der Definition der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ ergibt sich Gl. 11 zu:

$$f_{1,2}^2 = \frac{1}{2} (f_{HR}^2 + f_{CL1,V}^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (f_{HR}^2 + f_{CL1,V}^2)^2 - f_{HR}^2 f_{CL1}^2}. \quad (12)$$

Aus dieser Gleichung wird ersichtlich, dass der Resonator dazu verwendet werden kann, erhöhte Schallisolation in zwei Frequenzbereichen zu erzielen. Darüber hinaus können die Resonanzfrequenzen so eingestellt werden, dass sie beide fast gleich sind und dadurch eine größere Bandbreite mit erhöhter Schallisolation auftritt.

Parameterstudie

Das für die Parameterstudie verwendete Modell, dessen Eigenschaften mit Hilfe von FEM-Simulationen charakterisiert wurde, wird durch einen Resonator mit den geometrischen Abmaßen nach Tabelle 1 beschrieben und als Festkörper mit den Materialeigenschaften nach Tabelle 2 modelliert.

Mit Hilfe der Simulation wurden folgende Eigenfrequenzen ermittelt:

- f_{HR} , Resonanzfrequenz des Helmholtz-Resonators, ohne gekoppelten Balken,
- f_{CL1} , Resonanzfrequenz des Biegebalkens im Vakuum,
- $f_{CL1,V}$, Resonanzfrequenz des Biegebalkens mit zusätzlicher Steifigkeit durch das Luftvolumen,
- $f_{1,2}$, Resonanzfrequenzen des gekoppelten Systems.

Es wurde exemplarisch der Einfluss der Balkenlänge auf die Resonanzfrequenzen untersucht. Die Parameterstudie dient ebenfalls zur Verifikation des Modells aus Gl. 12. Dazu werden die in der Simulation ermittelten Eigenfrequenzen f_{HR} , f_{CL1} , $f_{CL1,V}$ in Gl. 12 eingesetzt und die Resonanzfrequenzen des gekoppelten Systems berechnet. Diese berechneten Resonanzfrequenzen werden in Abbildung 3, dargestellt als Kreise, mit den numerisch ermittelten Resonanzfrequenzen, durchgezogene Linien, verglichen.

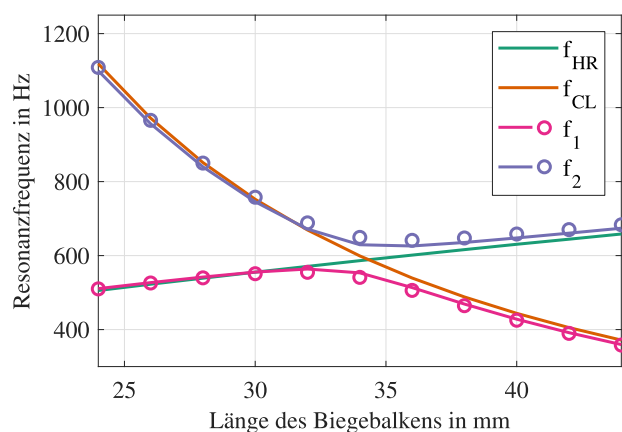


Abbildung 3: Einfluss der Länge des Biegebalkens auf die Eigenfrequenzen des Helmholtz-Resonators, des Biegebalkens und des gekoppelten Systems. — Simulation; ○ Analytisches Modell

Auffällig ist, dass bei der Länge des Biegebalkens, für die die Eigenfrequenzen des Helmholtz-Resonators und des Biegebalkens ungefähr gleich sind, sich die beiden Resonanzfrequenzen

Tabelle 1: Geometriedaten des Resonator-Modells

Beschreibung	Symbol	Wert	Einheit
Breite des Resonators	B	65	mm
Länge des Resonators	L	75	mm
Höhe des Resonators	H	4	mm
Breite des Balkens	b	5	mm
Länge des Balkens	l	34	mm
Höhe des Balkens	t_s	5	mm
Schlitzbreite	w_s	2	mm

Tabelle 2: Physikalische Eigenschaften von Rohacell (31 HF)

Beschreibung	Symbol	Wert	Einheit
Dichte	ρ_{CL}	32	kg/m ³
E-Modul	E	36	MPa
G-Modul	G	13	MPa

des gekoppelten Systems nur bis auf eine Frequenzdifferenz von 76 Hz nähern, aber nicht gleich werden. Das wird auch aus Gl. 11 deutlich. Es stellt sich heraus, dass die Diskriminante nur null werden kann, wenn $\frac{B_0 S_{CL}}{V_0 m_{CL}} = 0$ ist. Da der Resonator nicht im Vakuum betrieben werden kann ($B_0 = 0$), müsste, um diese Bedingung zu erfüllen, die Fläche des Biegebalkens verschwindend klein werden oder das Volumen des Resonators oder die Flächenmasse des Biegebalkens unendlich groß werden. Wenn die isoliert betrachteten Eigenfrequenzen weit auseinander liegen, entsprechen die Resonanzfrequenzen des gekoppelten Systems ungefähr denen der beiden ungekoppelten Systeme. In Abbildung 3 bestätigt die gute Übereinstimmung zwischen den numerisch ermittelten und den analytisch berechneten Resonanzfrequenzen nach Gl. 12 das gewählte analytische Modell. Auftretende Abweichungen können daran liegen, dass das analytische Modell nur die erste Eigenfrequenz des Biegebalkens berücksichtigt.

Schalldämmmaß des Resonators

Das Schalldämmmaß des Resonators wurde experimentell im 4206-T Impedanzrohr der Firma Brüel&Kjaer mit der 4-Mikrofon-Methode nach ASTM E2611 bestimmt.

Dazu wurde ein Resonator aus einem geschlossenzelligen Schaum aus Polymethacrylid, mit dem Handelsnamen Rohacell, gefertigt. Die geometrischen Abmaße sind Tabelle 1 und die Materialeigenschaften Tabelle 2 zu entnehmen. Mit Hilfe der Ergebnisse aus Abbildung 3 wurde die Länge des Biegebalkens gewählt, bei der sich ein minimaler Frequenzabstand der beiden Resonanzfrequenzen einstellt. Der Resonator wurde an vier Eckpunkten auf der Deckfläche mit Knetmasse an der Innenwand des Impedanzrohres befestigt, siehe Abbildung 4.



Abbildung 4: Befestigung des Resonators im Impedanzrohr.

Das gemessene Schalldämmmaß wurde mit numerischen Ergebnissen aus Simulationen mit einem FEM-Modell verglichen. Dazu wurde mit einer FEM-Software ein Impedanzrohr, dem Experiment entsprechend, modelliert. Zusätzlich wurde

der Biegebalken fixiert, sodass der Resonator als klassischer Helmholtz-Resonator wirken konnte. Die experimentellen Ergebnisse, durchgezogene Linien, und numerischen Ergebnisse, gestrichelte Linien, sind in Abbildung 5 dargestellt.

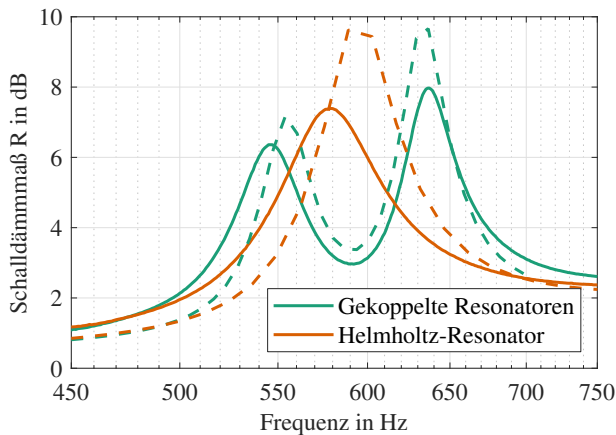


Abbildung 5: Vergleich der experimentellen und Simulationsergebnisse für das Schalldämmmaß vom Helmholtz-Resonator mit (grüne Linien) und ohne schwingfähigem Biegebalken (orange Linien). — Experiment; - - Simulation

Deutlich erkennbar ist die Ausbildung von zwei Maxima im Schalldämmmaß für den Helmholtz-Resonator mit gekoppeltem schwingfähigem Biegebalken gegenüber einem Maximum für den allein wirkenden Helmholtz-Resonator. Durch die veränderte Anordnung konnte entsprechend die Bandbreite einer gewünschten akustischen Wirkung vergrößert und Schall in einem zweiten Frequenzbereich wirksam reduziert werden. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen annähernd die numerischen Ergebnisse und damit auch den analytischen Ansatz. Die beiden Maxima entsprechen den Resonanzfrequenzen des gekoppelten Systems. Die Resonanzfrequenzen sowie die prozentualen Unterschiede gegenüber der Simulation sind für das Experiment und für die analytische Rechnung aus Gl. 12 in Tabelle 3 aufgelistet. Die Unterschiede können daran liegen, dass der Resonator in der Simulation als Festkörper mit einer ideal glatten Oberfläche modelliert worden ist. Der im Experiment verwendete Resonator hingegen ist aus einem Schaum gefräst worden und insbesondere innerhalb der Halsöffnungsfläche könnte höhere Reibung, verbunden mit einer niedrigeren Resonanzfrequenz und einem niedrigerem Schalldämmmaß, auftreten. Weiterhin können die mechanischen Eigenschaften des Schaums lokal von den aus dem Datenblatt genannten abweichen.

Tabelle 3: Vergleich der Resonanzfrequenzen, in Klammern prozentuale Abweichung zur Simulation

	Simul.	Analytisch	Experiment
f_1 in Hz	553	541 (-2,2%)	546 (-1,3%)
f_2 in Hz	629	649 (+3.2%)	637 (+1.3%)

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde ein neuartiges Konzept für einen Helmholtz-Resonator mit einem schwingfähigen Biegebalken vorgestellt. Für dieses System wurde ein analytisches Modell zur Berechnung der Eigenfrequenzen hergeleitet und durch numerische und experimentelle Untersuchungen verifiziert. Der Re-

sonator weist gegenüber eines einzelnen, in den Dimensionen gleichwertigen Helmholtz-Resonators, eine verbesserte Schallisolierung auf, was sowohl experimentell als auch numerisch übereinstimmend gezeigt wurde.

Das gekoppelte Resonatorsystem lässt sich nicht auf eine gemeinsame Schwingfrequenz abstimmen. Dieser Effekt wird bei numerischen Rechnungen und im analytischen Modell sichtbar. Allerdings wäre eine gewisse Überlappung der beiden Resonanzbereiche mit Blick auf eine gleichmäßigere breitbandige akustische Wirkung vorteilhaft. Durch zukünftige Optimierungen einzelner Parameter (z.B. Massen- oder Geometrievariationen oder geänderte Steifigkeitsverhältnisse des Biegebalkens) könnte der minimale Frequenzabstand möglicherweise reduziert werden.

Danksagung

Diese Arbeit wurde vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie als Teilprojekt von Flight-LAB (LuFo V-2) finanziert. Das Material wurde von der Firma Evonik zur Verfügung gestellt. Für die Unterstützung danken die Autoren.

Literatur

- [1] Hoppen, H., Gleine, W., von Estorff, O.: Untersuchungen zur Verbesserung der akustischen Eigenschaften im tieferen Frequenzbereich von Glaswollpaketen für Flugzeugkabinenisolierungen. Tagungsband DAGA 2017 - 43. Jahrestagung für Akustik, 640-643
- [2] Xu, M.B., Selamet, A., Kim, H.: Dual Helmholtz resonator. *Applied Acoustics* 71 (2010), 822-829
- [3] Tang, S. K., Ng, C. H., Lam, E.Y.L.: Experimental investigation of the sound absorption performance of compartmented Helmholtz resonators. *Applied Acoustics* 73 (2012), 969-976
- [4] Dupont, T., Leclaire, P., Panneton, R. and Umnova, O.: A microstructure material design for low frequency sound absorption. *Applied Acoustics* 136 (2018), 86-93
- [5] Griffin, S., Lane, S.A., Huybrechts, S.: Coupled Helmholtz Resonators for Acoustic Attenuation. *Journal of Vibration and Acoustics* 123 (2001), 11-17
- [6] Sanada, A. and Tanaka, N.: Extension of the frequency range of resonant sound absorbers using two-degree-of-freedom Helmholtz-based resonators with a flexible panel. *Applied Acoustics* 74 (2013), 509-516
- [7] Nudehi, S.S., Duncan, G.S., Farooq, U.: Modeling and Experimental Investigation of a Helmholtz Resonator With a Flexible Plate. *Journal of Vibration and Acoustics* 135 (2014), 041102-1-041102-6
- [8] Kurdi, M.H., Duncan, G.S., Nudehi, S.S.: Optimal Design of a Helmholtz Resonator With a Flexible End Plate. *Journal of Vibration and Acoustics* 136 (2014), 031004-1 - 031004-8
- [9] Zhao, H., Wang, Y., Wen, J., Lam, Y.W., Umnova, O.: A slim subwavelength absorber based on coupled microslits. *Applied Acoustics* 142 (20128), 11-17
- [10] Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., Sanders, J. V.: *Fundamentals of Acoustics*. Fourth Edition. Wiley, New York, 2000
- [11] Nilsson, A., Liu, B.: *Vibro-Acoustics*, Volume 1. Springer Verlag GmbH, Berlin, 2015