

Vergleich verschiedener Methoden zur Schallquellenlokalisierung bei Axialventilatoren

Jonathan Nowak¹, Florian Krömer², Manfred Kaltenbacher¹

¹ *Institut für Mechanik und Mechatronik, TU Wien, Österreich, Email: (jonathan.nowak, manfred.kaltenbacher)@tuwien.ac.at*

² *Lehrstuhl für Prozessmaschinen und Anlagentechnik, FAU Erlangen-Nürnberg, Deutschland, Email: florian.kroemer@fau.de*

Einleitung

Klassische Beamforming-Methoden zur Schallquellenortung mittels Mikrofonarrays haben sich in vielen Bereichen als nützlich herausgestellt. Neben dem robusten Standard-Beamforming sind u. a. auch das Functional-Beamforming oder Entfaltungsmethoden wie z. B. CLEAN-SC bekannt, die eine genauere örtliche Auflösung bzw. eine bessere Dynamik bewirken. Die Lokalisation von bewegten Schallquellen ist dabei allerdings nicht ohne Weiteres möglich. Um dennoch Schallquellen beispielsweise entlang der Rotorblätter eines rotierenden Ventilators lokalisieren zu können, existieren verschiedene Ansätze, von denen im Folgenden zwei miteinander verglichen werden sollen.

Ein Ansatz arbeitet mit der Interpolation der Schalldrücke im Zeitbereich, ein weiterer mittels Spinningmoden-Zerlegung im Frequenzbereich unter Verwendung der modifizierten Greenschen Funktion als Steuervektor. Beide Ansätze haben gemeinsam, dass das stillstehende Mikrofonarray virtuell mit der Schallquelle mitrotiert wird, sodass die Bewegung des Ventilators kompensiert wird. Der Vergleich zeigt Eigenschaften, Einschränkungen sowie Vor- und Nachteile der beiden genannten Methoden.

Grundlagen Beamforming

Das Standard-Beamforming im Frequenzbereich (engl. *Conventional Frequency Domain Beamforming – CFDBF*) kann auf rotierende Schallquellen durch eine Modifikation der aufgezeichneten Schalldrücke erweitert werden. Daher sollen einleitend die Grundzüge von CFDBF erläutert werden.

Beim Beamforming wird der Schalldruck der zu lokalisierenden Schallquelle(n) gleichzeitig mit M Mikrofonen an den Positionen $\mathbf{x}_{m,l}$ (siehe Abb. 1) aufgezeichnet. Anschließend wird eine Abtastebene (auch Scanebene genannt) definiert, auf der die Schallquellen vermutet werden. Auf dieser Ebene wird jeweils eine mögliche Quellposition \mathbf{x}_s angenommen und die aufgezeichneten Schalldrücke mit einem Modell der Schallausbreitung von \mathbf{x}_s zu den Mikrofonpunkten $\mathbf{x}_{m,l}$ verglichen. Das Beamformingergebnis a wird zu einer bestimmten Schallfrequenz f berechnet und ist über

$$a(\mathbf{x}_s, f) = \frac{\mathbf{g}^H \mathbf{C} \mathbf{g}}{(\mathbf{g}^H \mathbf{g})^2} \quad (1)$$

definiert, wobei \mathbf{C} die Kreuzspektralmatrix, die aus den gemessenen Schalldrücken \mathbf{p} gebildet wird,

$$\mathbf{C}(f) = \mathbf{p}(f)\mathbf{p}^H(f) \quad (2)$$

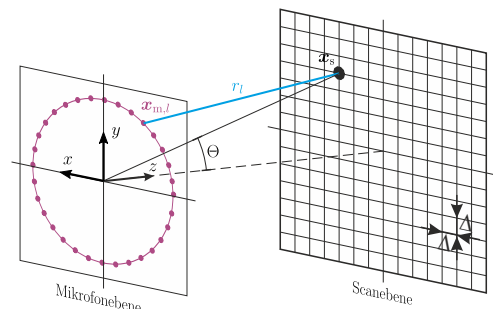


Abbildung 1: Skizze zur Anordnung von Mikrofonebene und Abtastebene beim Beamforming.

und \mathbf{g} den Steuervektor bezeichnet, der das Modell der Schallausbreitung beinhaltet. Die Einträge des Steuervektors \mathbf{g} berechnen sich unter der Annahme einer stationären Monopolquelle unter Freifeldbedingungen aus der Greenschen Funktion für freie Abstrahlung

$$g_0 = \frac{1}{4\pi |\mathbf{x}_{m,l} - \mathbf{x}_s|} e^{-jk|\mathbf{x}_{m,l} - \mathbf{x}_s|} \quad (3)$$

$$= \frac{1}{4\pi r_l} e^{-jk r_l}$$

$$k = \frac{2\pi f}{c}, \quad (4)$$

mit der Wellenzahl k und der Schallausbreitungsgeschwindigkeit c . Die akustische Quellstärke q hängt bei Verwendung von Gl. (3) mit dem Beamformingergebnis über

$$q = \sqrt{a} \quad (5)$$

zusammen. Oft wird die Quellstärke als Quellstärkepegel angegeben, der analog zum Schalldruckpegel als

$$L_q = 20 \log_{10} \left(\frac{q}{20 \mu\text{N m}^{-1}} \right) \quad (6)$$

definiert ist.

Beamforming bei rotierenden Quellen

Zunächst sei auf die Anordnung von Mikrofonarray und Quelle bei rotierenden Schallquellen hingewiesen, siehe Abb. 2. Die beiden hier vorgestellten Methoden setzen eine Anordnung der Mikrofone in einem Ringarray voraus, in dem die M Mikrofone äquidistant angeordnet sind. Weiters muss die Achse der Kreisbahn, entlang der sich die Quelle bewegt, mit der Achse des Ringarrays zusammenfallen.

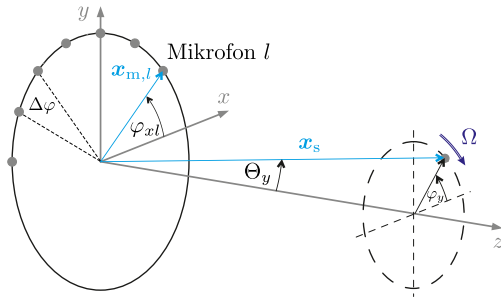


Abbildung 2: Ringarray mit M äquidistant angeordneten Mikrofonen und rotierende Quelle mit gemeinsamer Achse z .

Spinningmodenzerlegung

Die erste Möglichkeit, die Rotation der Quelle zu kompensieren, die hier vorgestellt werden soll, nutzt die Tatsache, dass bei konstanter Rotation mit $\Omega = \text{const.}$ ein periodisches Schallfeld erzeugt wird, das im Frequenzbereich aus sogenannten Spinningmoden besteht. Der Schalldruck eines bewegten monofrequenten Monopols kann analytisch berechnet werden. Hierzu sei z. B. auf [1] verwiesen. An der Stelle $\mathbf{x}_{m,1} = [0.45, 0, 0]$ m erzeugt eine rotierende Monopolquelle mit der Schallfrequenz $f_0 = 1500$ Hz, der Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 2\pi 30 \text{ s}^{-1}$ und der Startposition $\mathbf{x}_s|_{t=0} = [0.3, 0, 0.5]$ m einen Schalldruck, dessen Darstellung im Frequenzbereich in Abb. 3 zu sehen ist. Es fällt unmittelbar auf, dass nicht nur

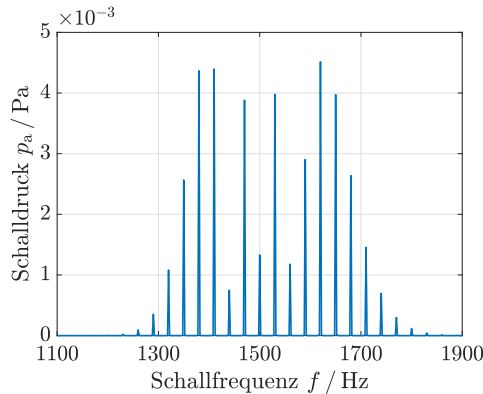


Abbildung 3: Schalldruck im Frequenzbereich am Mikrofonpunkt $\mathbf{x}_{m,1} = [0.45, 0, 0]$ m eines rotierenden Monopols mit der Schallfrequenz $f_0 = 1500$ Hz, der Winkelgeschwindigkeit $\Omega = 2\pi 30 \text{ s}^{-1}$ und der Startposition $\mathbf{x}_s|_{t=0} = [0.3, 0, 0.5]$ m.

Einträge bei der Schallfrequenz von $f_0 = 1500$ Hz vorhanden sind, sondern auch bei benachbarten Frequenzen $f_0 \pm m f_R = 1500 \text{ Hz} \pm m 30 \text{ s}^{-1}$, also bei um Vielfache der Umdrehungsfrequenz f_R verschobenen Frequenzen. Diese Einträge werden als Spinningmoden bezeichnet.

Da die Mikrofone in φ -Richtung regelmäßig angeordnet sind und das Schallfeld periodisch ist, kann der am Mikrofon l aufgezeichnete Schalldruck p_l in einem rotierenden Bezugssystem über eine inverse örtliche Fouriertransformation

$$p_{\Omega,l} = \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} p_m(f + m f_R) e^{jm\varphi_{xl}} \quad (7)$$

dargestellt werden [2], wobei p_m die Spinningmodenkoeffizienten einer diskrete Fourierreihe sind

$$p_m = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M p_l(f) e^{-jm\varphi_{xl}}. \quad (8)$$

Dabei ist M die Anzahl der Mikrofone und φ_{xl} der Winkel des l -ten Mikrophones. Es können also nur so viele Spinningmoden berücksichtigt werden, wie Mikrofone am Ring verwendet werden.

Des Weiteren tritt statt der Greenschen Funktion für den ruhenden Monopol g_0 die modifizierte Greensche Funktion für einen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Monopol g_Ω als Steuervektor auf. Mit dem Winkel $\varphi_y = \varphi_{y0} - \Omega t$ der Quelle kann die Entwicklung der Greenschen Funktion aus Gl. (3) in Kugelflächenfunktionen umgeschrieben werden zu [3, 4]

$$g_\Omega = -j \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{jm(\varphi_{xl} - \varphi_{y0})} k_m \sum_{n=|m|}^{+\infty} \mathcal{N}_{mn}^2 b_n c_{mn}, \quad (9)$$

mit dem Normalisierungsfaktor

$$\mathcal{N}_{mn} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \quad (10)$$

sowie b_n dem Produkt aus der sphärischen Besselfunktion erster Gattung j_n der Ordnung n und der sphärischen Besselfunktion dritter Gattung $h_n^{(\delta_m)}$ der Ordnung n , der Art δ_m

$$b_n = j_n(k_m r_<) h_n^{(\delta_m)}(k_m r_>) \quad (11)$$

mit

$$\delta_m = \begin{cases} 2 & k_m \geq 0 \\ 1 & k_m < 0 \end{cases} \quad (12)$$

wobei

$$r_< = \min\{r_x, r_y\} \\ r_> = \max\{r_x, r_y\}$$

und den zugeordneten Legendre-Polynomen P_n^m vom Grad n und Ordnung m

$$c_{mn} = P_n^m(\cos \Theta_x) P_n^m(\cos \Theta_y). \quad (13)$$

Die Notation $(\cdot)_x$ bezeichnet eine Variable, die sich auf die Mikrofonposition, der Index $(\cdot)_y$ eine Variable, die sich auf die Quellposition bezieht. Weiters tritt bei der modifizierten Greenschen Funktion anstelle der Wellenzahl k die modifizierte Wellenzahl

$$k_m = \frac{\omega + m\Omega}{c} \quad (14)$$

auf.

Das Beamformingergebnis lautet dann

$$a(f) = \frac{\mathbf{g}_\Omega^H \mathbf{C}_\Omega \mathbf{g}_\Omega}{(\mathbf{g}_\Omega^H \mathbf{g}_\Omega)^2} \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_\Omega = \mathbf{p}_\Omega \mathbf{p}_\Omega^H. \quad (16)$$

Da die Berechnung von \mathbf{g}_Ω sehr ressourcenintensiv ist, kann die Näherung $\mathbf{g}_\Omega \approx \mathbf{g}_0$ verwendet werden. Dann wird die Quellposition allerdings nicht mehr exakt gefunden, sondern ist in φ -Richtung verschoben.

Interpolationsmethode

Bei dieser Methode wird die Quellbewegung nicht durch den Übergang auf ein rotierendes Bezugssystem im Frequenzbereich bewerkstelligt, sondern durch eine Interpolation im Zeitbereich. Es wird zu jedem Zeitpunkt t ein virtueller Schalldruck berechnet, den ein mit der Quelle mitrotierendes Mikrofon aufzeichnen würde. Dieser virtuelle Schalldruck $p_{vr,l}$ des Mikrofons l berechnet sich im einfachsten Fall mittels linearer Interpolation über den Schalldruck der benachbarten Mikrofone $p_{l,u}$ und $p_{l,o}$ zu [5]

$$p_{vr,l}(t) = s_u p_{l,u} + s_o p_{l,o}. \quad (17)$$

Die Gewichte der Schalldrücke s_u bzw. s_o lauten mit dem Winkel zwischen zwei benachbarten Mikrofonen $\Delta\varphi$

$$s_u(t) = \frac{\varphi_y(t)}{\Delta\varphi} - \left\lfloor \frac{\varphi_y(t)}{\Delta\varphi} \right\rfloor \quad (18)$$

$$s_o(t) = 1 - s_u(t), \quad (19)$$

wobei $\lfloor \cdot \rfloor$ die Abrundungsfunktion bezeichnet. Anschließend wird mit den Fouriertransformierten des interpolierten Schalldruckes $\mathbf{p}_{vr}(f)$ die Kreuzspektralmatrix

$$\mathbf{C}_{vr} = \mathbf{p}_{vr}(f) \mathbf{p}_{vr}^H(f) \quad (20)$$

und das Beamformingergebnis berechnet

$$a(f) = \frac{\mathbf{g}^H \mathbf{C}_{vr} \mathbf{g}}{(\mathbf{g}^H \mathbf{g})^2}. \quad (21)$$

Hierbei steht \mathbf{g} für den Steuervektor, der entweder $\mathbf{g} = \mathbf{g}_\Omega$ oder näherungsweise $\mathbf{g} = \mathbf{g}_0$ gewählt werden kann. Eine weitere Möglichkeit ist es, einen korrigierten Abstand r^* zwischen Scanpunkt und Mikrofonposition einzuführen, der berücksichtigt, dass sich das virtuell rotierende Array in jener Zeit, die der Schall benötigt, um vom angenommenen Quellpunkt bis zur Mikrofonposition zu gelangen, virtuell weitergedreht hat [6]. Der korrigierte Abstand berechnet sich zu $r_l^* = ct_l^*$, wobei t_l^* die Nullstelle der Gleichung

$$ct_l = r_l(t) = |\mathbf{x}_{m,l}(t) - \mathbf{x}_s| \quad (22)$$

bezeichnet. Aufgrund der reinen Rotationsbewegung und unter der Voraussetzung konstanter Winkelgeschwindig-

keit lautet Gl. (22) in Zylinderkoordinaten

$$\begin{aligned} ct_l &= |\mathbf{x}_{m,l}(t) - \mathbf{x}_s| \\ &= \left| \begin{bmatrix} \rho_x \cos \varphi_{xl} \\ \rho_x \sin \varphi_{xl} \\ z_x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho_y \cos \varphi_y \\ \rho_y \sin \varphi_y \\ z_y \end{bmatrix} \right| \\ &= \sqrt{\rho_x^2 + \rho_y^2 - 2\rho_x \rho_y \cos(\varphi_{xl} - \varphi_y) + (z_x - z_y)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

mit

$$\varphi_{xl}(t) = \varphi_{xl,0} - \Omega t, \quad (24)$$

wobei $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$ verwendet wurde. Der Abstand r_l^* kann anschließend zur Berechnung der Steuervektoren verwendet werden, $\mathbf{g} = \mathbf{g}_0(\mathbf{r}^*)$.

Messergebnisse

Abschließend sollen einige vergleichende Messergebnisse präsentiert werden, die mit den beiden vorgestellten Varianten gewonnen wurden.

Abbildung 4 zeigt die Ergebnisse von Standard-Beamforming und CLEAN-SC eines Ventilators mit ungekrümmten Schaufeln, von denen drei mit Piezo-Summern bestückt wurden. Der Ventilatorradius beträgt ca. $\rho_y = 0.25$ m, der Abstand von Scan- zu Mikrofonenebene $z = 0.63$ m und die Drehzahl des Ventilators $N = 590 \text{ min}^{-1}$. Die Messungen wurden mit 64 Mikrofonen in einem Ringarray mit dem Radius $\rho_x = 1$ m durchgeführt. Wie zu erkennen ist, unterschieden sich die Ergebnisse der beiden Methoden nur geringfügig hinsichtlich Amplitude und Form der Quellen.

Des Weiteren zeigt Abb. 5 die Quellkarten eines vorwärtsgesichelten Ventilators. Array- und Ventilatorradius betragen hier wieder $\rho_x = 1$ m bzw. $\rho_y = 0.25$ m. Der Abstand von Array- zu Scanebene ist $z = 0.71$ m und die Ventilatorrehzahl beträgt $N = 1486 \text{ min}^{-1}$. Auch hier zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Methoden.

Wahl der Steuervektoren

Wie zuvor beschrieben können zur Berechnung der Steuervektoren \mathbf{g} u. a. die Greensche Funktion des ruhenden Monopols \mathbf{g}_0 , die modifizierte Greensche Funktion des rotierenden Monopols \mathbf{g}_Ω oder die Greensche Funktion $\mathbf{g}_0(r_l^*)$ des ruhenden Monopols mit eingesetzten korrigierten Abständen r_l^* verwendet werden. Für die Fälle, in denen \mathbf{g}_Ω oder $\mathbf{g}_0(\mathbf{r}^*)$ verwendet wird, wird die korrekte Quellposition gefunden. Bei Verwendung der Näherung $\mathbf{g}_\Omega \approx \mathbf{g}_0(\mathbf{r})$ ist die gefundene Quellposition im Vergleich zur wahren in φ -Richtung verschoben. Ergebnisse der erwähnten drei Möglichkeiten zur Steuervektoren-Wahl sind in Abb. 6 zu sehen. Zur Demonstration wurden die Messdaten des Ventilators mit Piezo-Summern gewählt, allerdings mit schmalbandigerer Auswertung als zuvor, zwischen 4 und 6 kHz, sodass nur die Piezo-Summer einer Ventilatorschaufel sichtbar werden.

Es können also sehr ähnliche Ergebnisse erzielt werden, wenn $\mathbf{g} = \mathbf{g}_\Omega$ bzw. $\mathbf{g} = \mathbf{g}_0(\mathbf{r}^*)$ gewählt wird. Aufgrund der Entwicklung in Kugelflächenfunktionen von \mathbf{g}_Ω

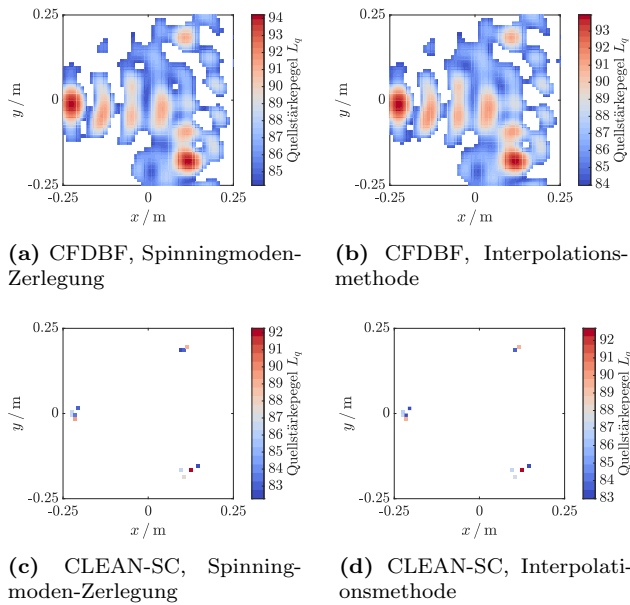


Abbildung 4: Quellkarten des Ventilators mit Piezo-Summern, $2 \text{ kHz} \leq f_{\text{scan}} \leq 6 \text{ kHz}$

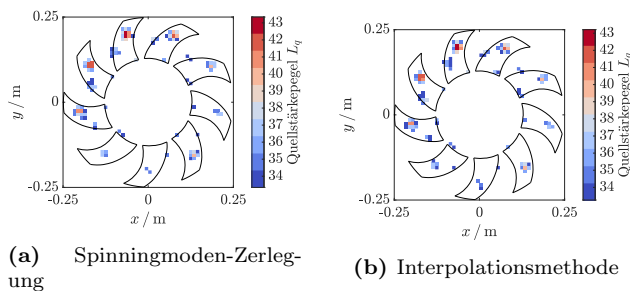


Abbildung 5: Quellkarten des vorwärtsgeschelnten Ventilators, CLEAN-SC, $3 \text{ kHz} \leq f_{\text{scan}} \leq 4 \text{ kHz}$

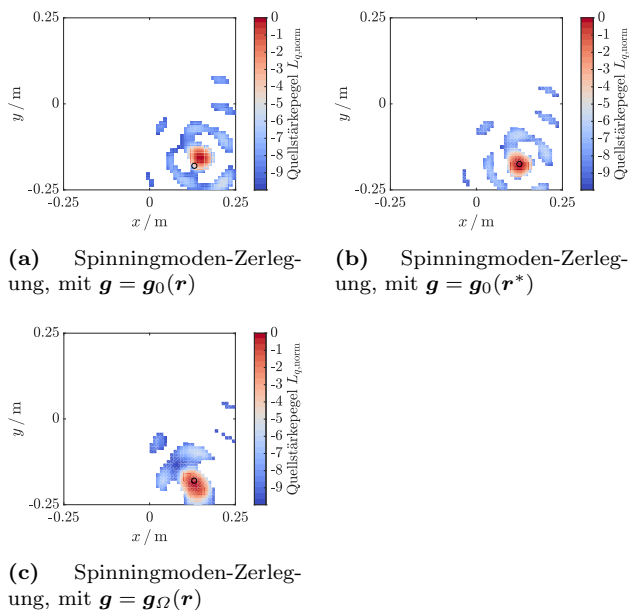


Abbildung 6: Quellkarten des Ventilators mit Piezo-Summern mit unterschiedlichen Steuervektoren, CFDBF, $4 \text{ kHz} \leq f_{\text{scan}} \leq 6 \text{ kHz}$
 o ... richtige Quellposition

(siehe Gl. (9)) ist die numerische Berechnung sehr zeitaufwändig. Daher stellt der Weg über den korrigierten Abstand r_l^* eine sehr gute und schnelle Alternative dar, der – wie in Abb. 6 ersichtlich – auch zur Spinningmoden-Zerlegung kompatibel ist.

Zusammenfassung

Die Spinningmoden-Zerlegung im Frequenzbereich und die Interpolation der Schalldrücke im Zeitbereich stellen zwei unterschiedliche Ansätze dar, um die Schallquellenlokalisierung mittels Mikrofonarray von stationären Quellen auf rotierende Schallquellen zu erweitern. Es konnte anhand von Messdaten eines Axialventilators gezeigt werden, dass die beiden vorgestellten Methoden sehr ähnliche Ergebnisse liefern. Weiters wurden die Einflüsse der Wahl verschiedener Steuervektoren auf gefundene Quellpositionen und Berechnungsdauer gezeigt.

Literatur

- [1] A. P. Dowling und J. E. Efwocs Williams. *Sound and sources of sound*. Ellis Horwood series in engineering science. Chichester New York: E. Horwood ; Halsted Press, 1983.
- [2] Wolfram Pannert und Christian Maier. “Rotating beamforming – motion-compensation in the frequency domain and application of high-resolution beamforming algorithms”. In: *Journal of Sound and Vibration* 333.7 (2014), S. 1899–1912.
- [3] M. A. Poletti und P. D. Teal. “Comparison of methods for calculating the sound field due to a rotating monopole”. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 129.6 (2011), S. 3513–3520.
- [4] Christof Ocker und Wolfram Pannert. “Imaging of Broadband Noise from Rotating Sources in Uniform Axial Flow”. In: *AIAA Journal* 55.4 (2016), S. 1185–1193.
- [5] Gert Herold und Ennes Sarradj. “Microphone array method for the characterization of rotating sound sources in axial fans”. In: *Noise Control Engineering Journal* 63 (Nov. 2015), S. 546–551.
- [6] Florian Krömer. *Sound emission of low-pressure axial fans under distorted inflow conditions*. Bd. 20. FAU Forschungen, Reihe B, Medizin, Naturwissenschaft, Technik. FAU University Press, 2018.