Akustische Gütemaße in Innenräumen: Schallintensität und Schallenergien

Caglar Gürbüz, Steffen Marburg

Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, TU München, 85748 Garching b. München, Deutschland, Email: caglar.guerbuez@tum.de

Einleitung

Die Analyse der Schallabstrahlung von schwingenden Strukturen ist von grundlegender Bedeutung, um geräuscharme Strukturen zu entwickeln. Für Außenraumprobleme wird dabei häufig die abgestrahlte Schallleistung basierend auf der Schallintensität herangezogen. Das Problem dabei ist, dass die Schallintensität und damit die Beiträge der Oberflächen zur abgestrahlten Schallleistung vorzeichenbehaftet sind. Demnach besteht die Gefahr, dass es zum akustischen Kurzschluss kommt. Unter einem akustischen Kurzschluss versteht man dabei das Auslöschen von Intensitätsanteilen im Nahfeld mit unterschiedlichem Vorzeichen. Somit wird eine hohe Aktivität der Oberfläche im Nahfeld sichtbar, obwohl im niederfrequenten Bereich nur ein Teil davon zur Fernfeldabstrahlung beiträgt. Aus diesem Grund wird die nicht-negative Intensität (NNI) eingeführt [12]. Die nicht-negativen Intensitäten sind reell und eignen sich demnach als Alternative zur Schallintensität für die Visualierung der Flächenbeiträge an der Fernfeldabstrahlung.

Bei Innenraumproblemen wird üblicherweise der Schalldruckpegel an bestimmten Feldpunkten betrachtet. Das Problem dabei ist, dass der Schalldruckpegel sehr lokal ist. Der Schalldruckpegel ist demnach sehr sensitiv gegenüber Abweichungen im Feldpunkt. Daher wird in diesem Beitrag die Schallenergie für die akustische Bewertung betrachtet. Als globale Größe ist die Schallenergie als Gütekriterium für Innenraumprobleme geeignet [3].

Außenraumproblem

Ausgehend von einer BEM-Diskretisierung (Boundary Element Method) des akustischen Abstrahlproblems erhält man in Matrixform folgenden Zusammenhang [11]

$$\boldsymbol{H}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{v}_f. \tag{1}$$

In dieser Gleichung werden in $\boldsymbol{p}$ die Schalldrücke an den Knoten auf der Strukturoberfläche zusammengefasst. Die Knotenwerte der Fluidschnelle in Normalenrichtung auf der Strukturoberfläche sind in $\boldsymbol{v}_f$ gesammelt. $\boldsymbol{G}$ und $\boldsymbol{H}$ stellen dabei die frequenzabhängigen Einflussmatrizen dar. So kann die diskrete Schallleistung in quadratischer Form wie folgt angegeben werden

$$P = \frac{1}{2}\Re\left\{\boldsymbol{p}^T\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{v}_f^*\right\} = \frac{1}{2}\boldsymbol{v}_f^T\boldsymbol{Z}_R\boldsymbol{v}_f^*. \tag{2}$$

Die Größe $\boldsymbol{\Theta}$ beschreibt die Randmassenmatrix [11, 13]. Die Koppel- bzw. Impedanzmatrix $\boldsymbol{Z}_R = \Re\{\boldsymbol{G}^T\boldsymbol{H}^{-T}\boldsymbol{\Theta}\}$ konvergiert zu einer symmetrischen Matrix and kann einfach symmetrisiert werden [14]. So lässt sich die abgestrahlte Schallleistung wie die meisten Energiegrößen als eine quadratische Form darstellen. Die diskretisierte Schallleistung kann über die Summe der Schallleistungsanteile an den Knoten bestimmt werden

$$P = \sum_{k=1}^{N} P_k = \sum_{k=1}^{N} \int_\Gamma \vec{\boldsymbol{I}}_k \cdot \vec{\boldsymbol{n}}_k d\Gamma_k, \tag{3}$$

wobei durch Γ_k die zu einem Knoten gehörige Oberfläche beschrieben wird. An dieser Stelle wird das Problem des akustischen Kurschlusses deutlich, weil sich Intensitätsterme mit unterschiedlichem Vorzeichen im Nahfeld auslöschen können. Bei einer Visualisierung wird dann zwar eine hohe Aktivität der Oberfläche sichtbar, obwohl nur ein Teil davon für die Fernfeldabstrahlung relevant ist.

Aus diesem Grund wird die nicht-negative Intensität η (NNI) als stets positive Größe definiert. Die Schallleistung kann dann wie folgt ausgedrückt werden

$$P = \frac{1}{2}\int_\Gamma \eta d\Gamma(\vec{\boldsymbol{x}}) = \frac{1}{2}\int_\Gamma \beta\beta^* d\Gamma(\vec{\boldsymbol{x}}), \tag{4}$$

wobei $\beta(\vec{\boldsymbol{x}})$ zunächst noch eine Größe ohne physikalische Bedeutung beschreibt. Aus der obigen Gleichung wird bereits deutlich, dass η für beliebige komplexe β reell und positiv ist. Die Berechnung von β basiert dabei auf den Moden der Abstrahlung (engl.: acoustic radiation modes, abgekürzt ARM). Für die detaillierte Berechnung von β sei der interessierte Leser auf [12] verwiesen.

Als numerisches Beispiel wird für das Außenraumproblem die Schallabstrahlung einer quadratischen Platte betrachtet. Die Platte wird dabei zunächst durch die (1 x 1) Mode der Schnelle bei 100 Hz und bei 1000 Hz angeregt. Weiterhin wird das Abstrahlverhalten der Platte für die (2 x 2) Mode der Schnelle untersucht.

In den Abbildungen 1 und 2 sind in der ersten Spalte die Anregungen durch die jeweilige Schnelle v_n dargestellt. In der zweiten Spalte sind die Beträge des Schalldrucks $|p|$ abgebildet. In der dritten und vierten Spalte werden die Schallintensität in Normalenrichtung I_n bzw. die nicht-negativen Intensitäten η gezeigt. Die obere Reihe der Abbildung weist jeweils die Antwort bei 100 Hz auf. In der unteren Reihe sind die Ergebnisse bei 1000 Hz dargestellt.

Bei den Ergebnissen bei 1000 Hz ist kein erkennbarer Unterschied zwischen der Schallintensität I_n und der nicht-negativen Intensität η ersichtlich. Die Ergebnisse bei 100 Hz weisen allerdings für I_n und η deutliche Unterschiede auf. Während die Schallintensität eine

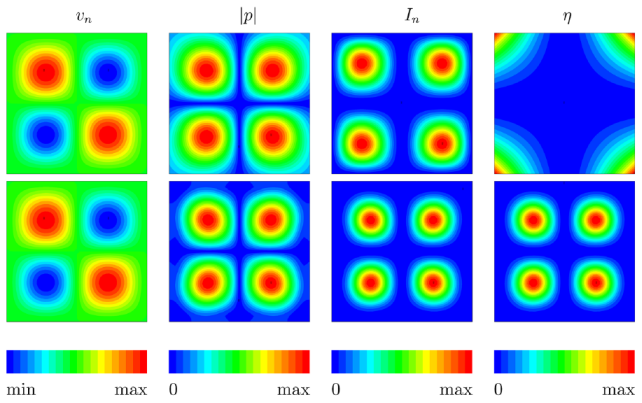

Abbildung 1: Schallabstrahlung einer quadratischen Platte angeregt duch die (1 x 1) Mode der Schnelle bei 100 Hz (oben) und 1000 Hz (unten), Abdruck aus [12]. V.l.n.r: Schnelle der (1 x 1) Mode, Betrag des Schalldrucks auf der Platte, Schallintensität in Normalenrichtung und nicht-negative Intensität.

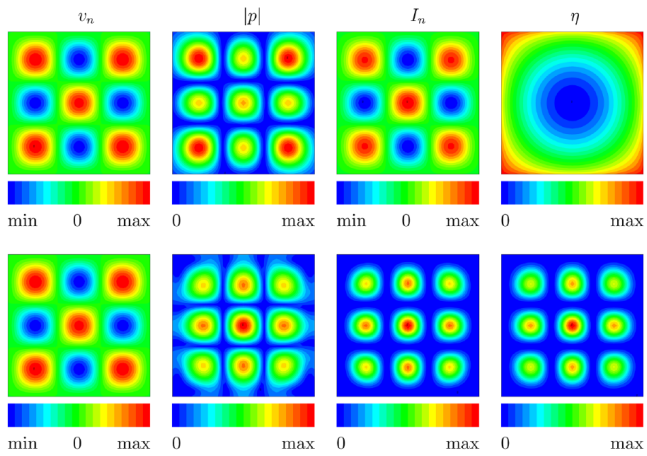

Abbildung 2: Schallabstrahlung einer quadratischen Platte angeregt duch die (2 x 2) Mode der Schnelle bei 100 Hz (oben) und 1000 Hz (unten), Abdruck aus [12]. V.l.n.r: Schnelle der (2 x 2) Mode, Betrag des Schalldrucks auf der Platte, Schallintensität in Normalenrichtung und nicht-negative Intensität.

ähnliche Energieverteilung wie die Schallschnelle und der Schalldruck aufweist, wird bei der nicht-negativen Intensität deutlich, dass die Ecken der Platte einen großen Beitrag zur Schallabstrahlung haben. Dieses Ergebnis stimmt mit der Theorie zur Eckenabstrahlung von Platten aus der Literatur überein [1, 15].

Innenraumproblem

Bei Innenraumproblemen ist man üblicherweise an dem Schalldruck an einem bestimmten Feldpunkt interessiert. Basierend auf der BEM-Diskretisierung des Abstrahlproblems ergibt sich der Schalldruck am Feldpunkt in diskreter Schreibweise zu

$$\boldsymbol{p}_{field} = \boldsymbol{g}^T \boldsymbol{v}_f - \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{p}. \tag{5}$$

Aus der Motivation heraus, nicht-negative Flächenbeiträge für Innenräume zu formulieren, ergibt sich zunächst die Aufgabenstellung, ein geeignetes akustisches Gütemaß für Innenräume zu definieren. Ein vielversprechender Ansatz wird von Koopmann und Fahnline in [3] vorgestellt. Die Autoren schlagen dabei eine energiebasierte Bewertung mit der potentiellen Energie, der kinetischen Energie sowie der Gesamtenergie vor. Da die potentielle Energie im direkten Zusammenhang mit dem Schalldruck steht, genügt zunächst nur die Betrachtung der potentiellen Energie. Die potentielle Energie E_p bestimmt dabei diejenige Energie, die sich durch die Kompression der Fluidpartikel ergibt. Sie wird wie folgt bestimmt

$$E_p = \frac{1}{4\rho c^2} \int_\Omega |p(\vec{\boldsymbol{x}})|^2 d\Omega(\vec{\boldsymbol{x}}), \tag{6}$$

wobei Ω das akustische Gebiet definiert. Die Eigenschaften des Fluids sind durch die Dichte ρ und die Schallgeschwindigkeit c beschrieben.

Als numerisches Beispiel für das Innenraumproblem wird das 3D-Rohr-Modell aus [2] analysiert. Das Rohr hat dabei eine Länge von 3,4 m und eine quadratische Querschnittsfläche von 0,04 m^2, siehe Abbildung 3. Im Rohr befindet sich Luft. Dabei wird für die Schallgeschwindigkeit $c = 343\ m/s$ und für die Dichte $\rho = 1,21\ kg/m^3$ angenommen. Weiterhin wird das Rohr-Modell mit 140 linearen, diskontinuierlichen Elementen diskretisiert. Die Knotenpositionen werden dabei so gewählt, dass sie an den Nullstellen der Legendre-Polynome liegen [10]. Als Anregung wird im Modell eine Schallschnelle an $x = 0\ m$ mit $v = 1\ m/s$ vorgegeben. Für die Admittanzrandbedingung werden zwei Fälle untersucht: Im ersten Fall wird die Randadmittanz zu $Y_0 = 0$ und im zweiten Fall zu $Y_1 = 1/\rho c$ angenommen.

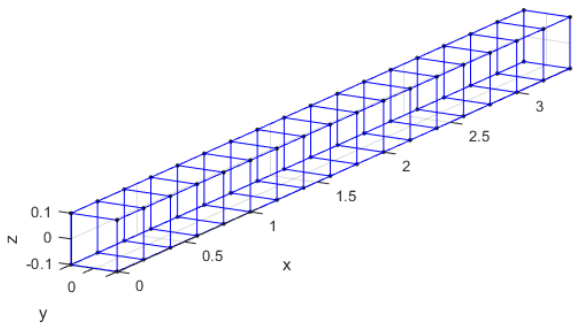

Abbildung 3: 3D-Rohr-Modell mir einer Länge von 3,4 m und einer quadratischen Querschnittsfläche von 0,04 m^2. Das Rohr ist mit Luft befüllt. Die Luft wird mit einer Dichte von $\rho = 1,21$ und einer Schallgeschwindigkeit von $c = 343\ m/s$ parametrisiert. Das Rohr wird mit 140 linearen, diskontinuierlichen Elementen diskretisert. Die Knoten liegen dabei an den Nullstellen der Legendre-Polynome.

Die Simulationsergebnisse bis 350 Hz sind für beide Fälle in Abbildung 4 dargestellt. In der oberen Reihe sind die Ergebnisse für Y_0 dargestellt, in der unteren Reihe für

Y_1. Dabei sind in der ersten Spalte die Ergebnisse für den Schalldruckpegel abgeildet. In der zweiten Spalte sind die Eergebnisse für die potentielle Energie dargestellt. Die potentielle Energie wird zunächst nur näherungsweise bestimmt. Dabei wird der Mittelwert über mehrere Feldpunkte ermittelt

$$E_p \approx \frac{1}{4\rho c^2}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|p(\vec{x})|^2. \tag{7}$$

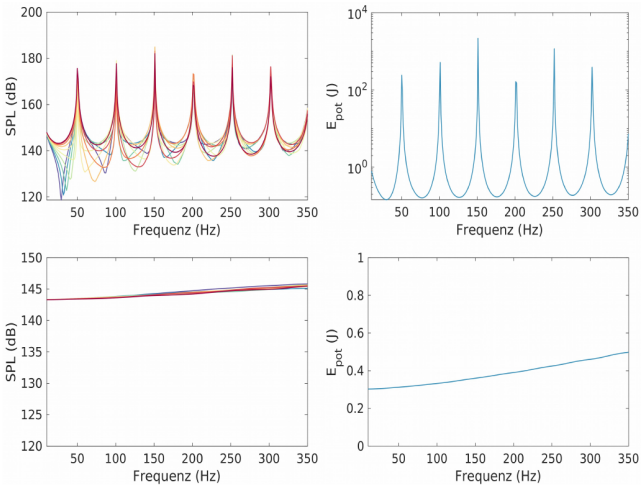

Abbildung 4: Schallausbreitung im Rohr für eine Randadmittanz $Y_0 = 0$ (obere Reihe). Der Schalldruckpegel wird dabei an zehn unterschiedlichen Positionen entlang der x-Richtung bestimmt (oben links). Die potentielle Energie im Rohr, die sich durch die Kompression der Fluidpartikel ergibt, ist oben rechts dargestellt. Die untere Reihe zeigt den Schalldruckpegel (unten links) und die potentielle Energie (unten rechts) für eine vollständig absorbierende Wand, $Y_1 = 1/\rho c$. Die potentielle Energie wird in beiden Fällen näherungsweise über den Mittelwert von mehreren Feldpunkten bestimmt.

Im ersten Fall bilden sich für die Randadmittanz Y_0 stehende Wellen mit Resonanzen bei 50 Hz und deren Vielfachen aus. In der ersten Spalte ist dabei der resultierende Schalldruckpegel an zehn verschiedenen Positionen in Längsrichtung des Rohres ausgewertet. An dieser Stelle wird die starke Lokalität der Feldpunktauswertung deutlich. Denn die Schalldrücke an den Auswertestellen weisen zwar einen ähnlichen Verlauf auf, jedoch sind sie sehr sensitiv gegenüber Abweichungen in der Position und damit unterschiedlich im Ergebnis.

In der zweiten Spalte ist für denselben Fall die potentielle Energie abgebildet. Bei der potentiellen Energie werden ebenfalls die Resonanzen im Innenraum deutlich. Die Abweichungen der Feldpunktpositionen haben dabei keinen Einfluss. Aus diesem Grund ist es sinnvoll die potentielle Energie als globale Größe für akustische Bewertungen in Innenräumen zu verwenden.

In der unteren Reihe wird durch die Randbedingung Y_1 die Schallwelle vollständig absorbiert. So bilden sich in diesem Simulationsbeispiel Wanderwellen aus. Bei der Wanderwelle bilden sich im betrachteten Frequenzbereich keine Resonanzen, wodurch die Abweichungen im Feldpunkt nicht so stark ausgeprägt sind wie bei der stehende Welle. Dennoch kann der Schalldruckverlauf zusammenfassend durch die potentielle Energie beschrieben werden. Außerdem wird an dieser Stelle deutlich, dass die Schallenergie durch Admittanzen reguliert werden kann.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden akustische Gütemaße sowohl für Außen- als auch für Innenräume vorgestellt. Für Außenraumprobleme wurde gezeigt, dass die nicht-negative Intensität als akustisches Gütemaß zu bevorzugen ist, weil sie im Gegensatz zur Schallintensität nicht vom akustischen Kurzschluss betroffen ist. Weiterhin wurde ein neuer Ansatz für die akustische Bewertung bei Innenraumproblemen vorgestellt. Demnach ist für Innenräume die Schallenergie als akustische Gütemaß zu wählen. Als globale Größe beschreibt sie die Schallausbreitung im Innenraum ohne von der starken Lokalität des Feldpunktes beeinflusst zu werden. Schließlich wurde in diesem Beitrag gezeigt, dass durch Admittanzen eine einfache Regulierung der Schallenergie erzielt werden kann.

Literatur

[1] Fernandez-Grande, E.; Jacobsen, F. und Leclere, Q.: Direct formulation of the supersonic acoustic intensity in space domain. The Journal of the Acoustic Society of America 131(1) (2012), 186-193

[2] Hornikx, M.; Kaltenbacher, M. und Marburg, S.: A Platform for Benchmark Cases in Computational Acoustics. Acta Acustica united with Acustica 101 (2015), 811-820

[3] Koopmann, G. und Fahnline, J.: Designing quiet structures. A sound power minimization approach. Academic Press, San Diego, London (1997)

[4] Liu, D.; Peters, H.; Marburg, S. und Kessissoglou, N.: Supersonic intensity and non-negative intensity for prediction of radiated sound. The Journal of the Acoustic Society of America 139 (2016), 2797-2806

[5] Liu, D.; Peters, H.; Marburg, S. und Kessissoglou, N.: Surface contributions to scattered sound power using non-negative intensity. The Journal of the Acoustic Society of America 140 (2016), 1206-1217

[6] Liu, D.; Havranek, Z.; Marburg, S.; Peters, H. und Kessissoglou, N.: Non-negative intensity and back-calculated non-negative intensity for analysis of directional structure-borne sound. The Journal of the Acoustic Society of America 142 (2017), 117-123

[7] Marburg, S.: Developments in structural-acoustic optimization for passive noise control. Archives of computational methods in engineering 9 (2002), 291-370

[8] Marburg, S.: Efficient optimization of a noise transfer function by modification of a shell structure geometry-Part 1: Theory. Structural and Multidisciplinary Optimization 24 (2002), 51-59

[9] Marburg, S. und Hardtke, HJ.: Investigation and optimization of a spare wheel well to reduce vehicle interior noise. Journal of Computational Acoustics 11 (2003), 425-449

[10] Marburg, S: Discretization requirements: How many elements per necessary are necessary?. In: Marburg, S. und Nolte, B. (Hrsg.) Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids. Finite and Boundary Element Methods. Springer, Berlin (2008), 309-332

[11] Marburg, S.: Boundary element method for time-harmonic acoustic problems. In: Kaltenbacher, M. (Hrsg.): Computational Acoustics. Springer (2018), 69-158

[12] Marburg, S.; Lösche, E.; Peters, H. und Kessissoglou, N.: Surface contributions to radiated sound power. The Journal of the Acoustical Society of America 133 (2013), 3700-3705

[13] Marburg, S. und Nolte, B.: A unified approach to finite and boundary element discretization in linear acoustics. In: Marburg, S. und Nolte, B. (Hrsg.) Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids. Finite and Boundary Element Methods. Springer, Berlin (2008), Kap. 0, 1-34

[14] Peters, H.; Kessissoglou, N. und Marburg, S.: Enforcing reciprocity in numerical analysis of acoustic radiation modes and sound power evaluation. Journal of Computational Acoustics 20 (2012), 1250005-1-19

[15] Williams, E.: Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography. Academic, London (1999), 67-77