Integration von FEM-Schalenelementen als Randbedingungen in BEM-Berechnungen unter Verwendung verschiedener Lösungsmethoden

Ralf Burgschweiger[1], Ingo Schäfer[2], Martin Ochmann[1]

[1] *Beuth Hochschule für Technik Berlin, Fachbereich II, Projektgruppe Computational Acoustics, 13353 Berlin, E-Mail: burgi@beuth-hochschule.de, ochmann@beuth-hochschule.de*

[2] *Wehrtechnische Dienststelle für Schiffe und Marinewaffen (WTD71), Maritime Technologie und Forschung, Akustische Modellierung (GF640), 24148 Kiel, E-Mail: ingo5schaefer@bundeswehr.org*

Einleitung

Im Rahmen von Forschungsprojekten im Bereich „Computational Acoustics“ wurde in den letzten Jahren ein leistungsfähiger, auf der BEM basierender Code zur Ermittlung des rückgestreuten Schalldruckpegels im Fernfeld entwickelt, der mit verschiedenen Lösungsverfahren arbeiten kann (direkte und iterative Gleichungslöser, Fast Multipole Methode, Raytracing-Verfahren u.a.).

Dieser Code wurde dahingehend erweitert, dass neben den „typischen“ akustischen Randbedingungen (Druck, Schnelle, Impedanz, Trägheitskopplung etc.) zusätzlich FEM-Schalenrandbedingungen und damit elastische Materialeigenschaften berücksichtigt werden können.
Für die betroffenen Elemente wird ein zusätzliches FEM-Gleichungssystem aufgebaut und in das der BEM integriert, d.h., es wird voll gekoppelt gerechnet.

Der Beitrag geht kurz auf die mathematischen bzw. physikalischen Grundlagen ein, stellt die verfügbaren Lösungsverfahren für das Problem vor und zeigt Resultate für eine Teststruktur mit einer nicht geschlossenen Oberfläche.

Verwendete FEM-Schalenelemente und -Matrizen

Im vorgestellten Verfahren werden einfache dreieckige ebene FEM-Schalenelemente verwendet, denen ein elastisches Material und eine Schalenstärke zugewiesen sind.
Die Auswertung der zugehörigen physikalischen Größen (Verschiebungen W, Rotationswinkel φ, Kräfte F) erfolgt an den „Ecken“ (Knoten) der Elemente.

Für die Berechnung der elementspezifischen Massenmatrizen $\mathbf{M}_v$ und Steifigkeitsmatrizen $\mathbf{K}_v$ wird derzeit das Kirchhoff-Verfahren unter Verwendung des in [1], Kap. 7 und 8, beschriebenen Formelwerks verwendet.
Diese Submatrizen werden in die schwachbesetzten FEM-Gesamtmatrizen $\mathbf{M}_d$ und $\mathbf{K}_d$ eingesetzt, dabei nach den o.a. Größen sortiert, und in einer frequenzabhängigen quadratischen FEM-Elementmatrix $\mathbf{K}_f(\omega)$ der Ordnung $\mathcal{O}(\mathbf{K}_f) = 6 \times N_{no,fem}$ zusammengefasst:

$$\mathbf{K}_f(\omega) = \mathbf{K}_d - \omega^2 \mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \overbrace{\mathbf{K}_{\varphi\varphi}}^{3\times N_{no,fem}} & \overbrace{\mathbf{K}_{\varphi w}}^{3\times N_{no,fem}} \\ \mathbf{K}_{w\varphi} & \mathbf{K}_{ww} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Damit ergibt sich das für alle Lösungsvarianten verwendete frequenzabhängige FEM-Gleichungssystem zu:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} & \mathbf{K}_{\varphi w} \\ \mathbf{K}_{w\varphi} & \mathbf{K}_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\varphi} \\ \vec{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\vec{F} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Aufbau des vollständigen Gleichungssystems
(in Kombination mit der indirekten BEM)

In den BEM-Berechnungen werden ebene Dreieckselemente mit konstanten Ansatzfunktionen verwendet (Kollokation), wobei die physikalischen Größen (Druckdifferenz Δp, Normalschnelle v_n) im Elementmittelpunkt ausgewertet werden. Zur Kopplung mit den knotenbasierenden FEM-Anteilen werden zwei schwachbesetzte Transformationsmatrizen ($\mathbf{T}_1$ und $\mathbf{T}_2$) verwendet.
Das Verfahren koppelt die FEM mit der indirekten BEM (identisches Fluid auf beiden Seiten der Elemente, Trägheitskopplungsverfahren, siehe auch [2]) und führt zu folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} & \mathbf{K}_{\varphi w} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{w\varphi} & \mathbf{K}_{ww} & \mathbf{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{E} & 0 & \mathbf{S}_{el}\mathbf{T}_2 \\ 0 & \mathbf{i}\omega\mathbf{T}_1 & 0 & \mathbf{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mathbf{E}\rho c & \mathbf{B}_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\varphi} \\ \vec{W} \\ \vec{F} \\ \vec{v}_{id} \\ \Delta\vec{p}_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Dieses lässt sich durch das Eliminieren von $\vec{F}$ zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\varphi\varphi} & \mathbf{K}_{\varphi w} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{w\varphi} & \mathbf{K}_{ww} & 0 & -\mathbf{S}_{el}\mathbf{T}_2 \\ 0 & \mathbf{i}\omega\mathbf{T}_1 & \mathbf{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{E}\rho c & \mathbf{B}_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\varphi} \\ \vec{W} \\ \vec{v}_{id} \\ \Delta\vec{p}_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \end{bmatrix} \tag{4}$$

und durch Eliminieren von $\vec{v}_{id}$ zu

$$\begin{bmatrix} \overbrace{\mathbf{K}_{\varphi\varphi}}^{3\times N_{no,fem}} & \overbrace{\mathbf{K}_{\varphi w}}^{3\times N_{no,fem}} & \overbrace{0}^{N_{el,id}} \\ \mathbf{K}_{w\varphi} & \mathbf{K}_{ww} & -\mathbf{S}_{el}\mathbf{T}_2 \\ 0 & \mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T}_1 & \mathbf{B}_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\varphi} \\ \vec{W} \\ \Delta\vec{p}_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \end{bmatrix} \tag{5}$$

bzw. mit $\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{\varphi} \\ \vec{W} \end{bmatrix}$ zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_f & -\mathbf{S}_{el}\mathbf{T}_2 \\ \mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T}_1 & \mathbf{B}_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{u} \\ \Delta\vec{p}_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \end{bmatrix} \tag{6}$$

vereinfachen.

Verwendete Größen / Symbole:

$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
$\mathbf{S}_{el}$	Flächeninhalte der Elemente
$\mathbf{B}_{id}$	BEM-Matrix (indirekte BEM, frequenzabhängig)
$\Delta\vec{p}_{id}$	Druckdifferenz (indirekte BEM)
ρ	Dichte des umgebenden Materials
c	Schallgeschwindigkeit im umgebenden Material
α_{BM}	Burton-Miller-Faktor
$\vec{v}_{inc}$	einfallende Normalschnelle
$N_{no,fem}$	Anzahl der Knoten an den FEM-Elementen
$N_{el,id}$	Anzahl der BEM-Elemente

Verwendete Lösungsverfahren

Es wurden drei verschiedene Lösungsverfahren zur Berücksichtigung der FEM-spezifischen Anteile implementiert:

a) vollständige schwachbesetzte Matrix (FULL SPARSE-Modus)

In diesem Modus wird die Gesamtmatrix aus FEM- und BEM-Koeffizienten gemäß Gl. (5) vollständig aufgestellt und mit Hilfe eines direkten Gleichungslöser für schwach besetzte Matrizen (Intel DSS direct sparse solver oder PARDISO sparse solver) gelöst.

Vorteile:

- für sog. monostatische Rechnungen mit vielen rechten Seiten ist nur eine einmalige Faktorisierung der Matrix erforderlich, der anschließende Lösungsvorgang pro rechte Seite ist sehr schnell.

Nachteile:

- Der Speicherbedarf für die Koeffizienten in einer schwach besetzten Matrix ist höher (i.d.R. doppelt so groß), da der BEM-Anteil $\mathbf{B}_{id}$ voll besetzt und pro Eintrag zusätzlich ein Spaltenindex erforderlich ist.
- Während der Faktorisierungsphase benötigen Sparse-Löser ca. das 4 – 5-fache des Speicherbedarfs der Ausgangsmatrix. Da die Löser dies i.d.R. nicht vorab überprüfen, sind hier Abbrüche möglich.

b) Verwendung des Schur-Verfahrens (SCHUR-Modus)

Grundlage des Schur-Verfahrens ist das vereinfachte FEM-Gleichungssystem $\mathbf{K}_f$ nach Gl. (6), aus welchem sich $\vec{u}$ zu

$$\vec{u} = -\mathbf{K}_f^{-1}\mathbf{S}_{el}\mathbf{T_2}\Delta\vec{p}_{id} \tag{7}$$

ergibt. Das Einsetzen von Gl. (7) in Gl. (6) führt zu

$$\left[-\mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T_1}\mathbf{K}_f^{-1}\mathbf{S}_{el}\mathbf{T_2} + \mathbf{B}_{id}\right]\Delta\vec{p}_{id} = \alpha_{BM}\vec{v}_{inc}, \tag{8}$$

womit eine FEM-Koeffizientenmatrix $\mathbf{J}_{sch,FEM}$ mit

$$\mathbf{J}_{sch,FEM} = -\mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T_1}\mathbf{K}_f^{-1}\mathbf{S}_{el}\mathbf{T_2} \tag{9}$$

erzeugt wird, die zur BEM-Matrix $\mathbf{B}_{id}$ hinzuaddiert wird, und es muss nur noch

$$[\mathbf{B}_{id} + \mathbf{J}_{sch,FEM}]\Delta\vec{p}_{id} = \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \tag{10}$$

mit Hilfe eines direkten Gleichungslösers gelöst werden.

Allerdings ist die Bildung der Inversen $\mathbf{K}_f^{-1}$ sehr zeitaufwändig und in der Praxis kaum einsetzbar.

Verwendet man alternativ einen iterativen Solver, für den Matrix-Vektor-Produkte pro Iterationsvektor $\vec{x}_i$ gemäß

$$\vec{b}_i(\vec{x}_i) = \vec{v}_{MVP,BEM}(\vec{x}_i) + \vec{v}_{MVP,sch}(\vec{x}_{i,FEM}) \tag{11}$$

benötigt werden, so lässt sich der FEM-Matrix-Vektor-Produktanteil $\vec{v}_{MVP,sch}$ deutlich einfacher mittels

$$\vec{v}_{MVP,sch}(\vec{x}_{i,FEM}) = -\mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T}_1\mathbf{K}_f^{-1}\mathbf{S}_{el}\mathbf{T_2}\vec{x}_{i,FEM} \tag{12}$$

berechnen.

Um hier die aufwändige Bildung von $\mathbf{K}_f^{-1}$ vermeiden zu können, wird ein Hilfsvektor

$$\vec{v}_{T2x} = \mathbf{S}_{el}\mathbf{T_2}\vec{x}_{i,FEM} \tag{13}$$

erzeugt und daraus ein Schur-Lösungsvektor $\vec{v}_{sch}$ durch Lösung des schwachbesetzten Gleichungssystems

$$\mathbf{K}_f\vec{v}_{sch} = \vec{v}_{T2x} \tag{14}$$

mit Hilfe eines entsprechenden Sparse-Solvers berechnet. Damit vereinfacht sich Gl. (12) zu

$$\vec{v}_{MVP,sch}(\vec{x}_{i,FEM}) = -\mathbf{i}\omega\rho c\mathbf{T}_1\vec{v}_{sch}. \tag{15}$$

Da $\mathbf{K}_f$ aus Gl. (14) nur einmal faktorisiert werden und dann pro Iterationsvektor $\vec{x}_i$ nur noch der Lösungsschritt zur Ermittlung von $\vec{v}_{sch}$ erfolgen muss, ergibt sich ein deutlicher Zeitvorteil.

Vorteile:

- Es ist nur Speicherplatz für die BEM-Matrix $\mathbf{B}_{id}$ erforderlich, die zusätzlichen $\mathbf{J}_{sch,FEM}$-Anteile werden aufaddiert. Auch die Menge des zur Faktorisierung benötigten Speichers vergrößert sich bei einem Gleichungslöser für vollbesetzte Matrizen i.d.R. nicht.
- Bei Einsatz iterativer Löser können die erforderlichen Matrix-Vektor-Produktanteil in Gl. (11) durch schnelle approximative Verfahren, wie z.B. die Fast Multipole Methode, gebildet werden, was deutlich größere Elementanzahlen ermöglicht.

Nachteile:

- Bei Frequenzsweeps müssen $\mathbf{K}_f$ und $\vec{v}_{sch}$ für jede Frequenz erneut gemäß Gl. (1) aufgestellt und faktorisiert werden.

c) Verwendung von Eigenwerten (EIGEN-Modus)

In diesem Modus wird mit Hilfe eines sog. Eigensolvers eine vorgegebene Anzahl N_{ev} an Eigenwerten bzw. -vektoren auf Grundlage der frequenzunabhängigen FEM-Matrizen $\mathbf{M}_d$ und $\mathbf{K}_d$ aus Gl. (1) ermittelt und in einer Eigenwertmatrix $\mathbf{\Psi}_{ev}$ gespeichert.
Daraus werden zwei „kleine“ quadratische frequenzunabhängige Diagonalmatrizen $\mathbf{K}_{ev}$ und $\mathbf{M}_{ev}$ mittels

$$\mathbf{K}_{ev} = \mathbf{\Psi}_{ev}^T \cdot \mathbf{K}_d \cdot \mathbf{\Psi}_{ev} \text{ und} \tag{16}$$

$$\mathbf{M}_{ev} = \mathbf{\Psi}_{ev}^T \cdot \mathbf{M}_d \cdot \mathbf{\Psi}_{ev} \tag{17}$$

mit der Ordnung $\mathcal{O}(\mathbf{K}_{ev}) = \mathcal{O}(\mathbf{M}_{ev}) = N_{ev}$ gebildet.
Die Eigenwertmatrix $\mathbf{\Psi}_{ev}$ wird dann auf die „untere“ (zur Verschiebung $\vec{W}$ gehörenden) Hälfte $\mathbf{\Psi}_{ev,w}$ reduziert, da die Rotationswinkel jetzt nicht mehr benötigt werden. Aus dieser werden zwei Hilfsmatrizen $\mathbf{Q}_1$ und $\mathbf{Q}_2$ mittels

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{\Psi}_{ev,w} \text{ und} \tag{18}$$

$$\mathbf{Q}_2 = \mathbf{\Psi}_{ev,w}^T \cdot \mathbf{S}_{el} \cdot \mathbf{T}_2 \tag{19}$$

erzeugt. Nun wird eine frequenzabhängige Matrix $\mathbf{D}_{ev}$ zu

$$\mathbf{D}_{ev} = (\mathbf{K}_{ev} - \omega^2\mathbf{M}_{ev})^{-1} \tag{20}$$

generiert, wobei die Bildung der Inversen hier aufgrund der „geringen“ Ordnung $\mathcal{O}(\mathbf{D}_{ev}) = N_{ev}$ nicht so zeitaufwändig ist, und aus dieser die Hilfsmatrix $\mathbf{Q}_{D2}$ mittels

$$\mathbf{Q}_{D2} = \mathbf{i}\omega(\mathbf{D}_{ev} \cdot \mathbf{Q}_2) \tag{21}$$

erzeugt.

Das Matrix-Matrix-Produkt dieser Hilfsmatrizen

$$\mathbf{J}_{ev,FEM} = \rho c\, \mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_{D2} \tag{22}$$

entspricht, wie bei dem Schur-Verfahren, einer FEM-Koeffizientenmatrix gleicher Ordnung wie die der BEM-Matrix und wird dieser hinzuaddiert, sodass schließlich nur das Gleichungssystem

$$[\mathbf{B}_{id} + \mathbf{J}_{ev,FEM}]\Delta\vec{p}_{id} = \alpha_{BM}\vec{v}_{inc} \tag{23}$$

gelöst werden muss.

Vorteile:

- Wie bei dem Schur-Verfahren ist nur der Speicher erforderlich, der für die vollbesetzte BEM-Matrix $\mathbf{B}_{id}$ benötigt wird.
- Bei Frequenzsweeps müssen die Eigenwerte nur einmalig (auf Basis der höchsten gewünschten Frequenz) ermittelt werden, dementsprechend sinkt der Zeitaufwand ab der 2. Frequenz.
  Des Weiteren müssen nur die frequenzunabhängigen Hilfsmatrizen $\mathbf{Q}_1$ und $\mathbf{Q}_2$ „aufgehoben“ werden, alle anderen Variablen können zur Einsparung von Speicherplatz freigegeben werden.
- Bei Verwendung eines iterativen Lösers (z.B. GMRES) kann die Bildung der $\mathbf{J}_{ev,FEM}$-Koeffizienten durch einen FEM-MVP-Anteil $\vec{v}_{MVP,eig}$ ersetzt werden:

  $$\vec{b}_i(\vec{x}_i) = \vec{v}_{MVP,BEM}(\vec{x}_i) + \vec{v}_{MVP,eig}(\vec{x}_{i,FEM}) \tag{24}$$

  Dieser lässt sich mittels

  $$\vec{v}_{MVP,eig}(\vec{x}_{i,FEM}) = \rho c\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_{D2}\vec{x}_{i,FEM} \tag{25}$$

  sehr schnell berechnen, da die Ordnung der Matrizen $\mathbf{Q}_1$ und $\mathbf{Q}_{D2}$ deutlich kleiner ist als die von $\mathbf{B}_{id}$, während der BEM-Anteil

  $$\vec{v}_{MVP,BEM}(\vec{x}_i) = \mathbf{B}_{id}\vec{x}_i \tag{26}$$

  konventionell berechnet wird.
- Auch hier können bei iterativen Lösern die in Gl. (24) benötigten Matrix-Vektor-Produktanteile durch schnelle approximative Verfahren gebildet werden.
- Es besteht die Möglichkeit, die Eigenwerte für einzelne FEM-Bereiche getrennt zu ermitteln, dies kann zu einer geringeren Anzahl benötigter Eigenwerte führen und damit den Zeitaufwand reduzieren.

Nachteile:

- Die für eine qualitativ gute Lösung benötigte Anzahl an Eigenwerten N_{ev} kann im Voraus schlecht abgeschätzt werden, da diese sehr stark vom Modell und den Randbedingungen abhängig ist.
  Dementsprechend muss diese Vorgabe manuell überprüft und ggf. adaptiv erhöht werden, wobei dann auch der Zeitaufwand zur Ermittlung der Eigenwerte überproportional ansteigt.

Verwendetes Modell

Das verwendete Modell (Abb. 1) besteht aus einer Kegelschale aus 6.058 Dreieckselementen mit einem Radius von 1 m, einer Dicke von 1 cm und Stahl als Material, umgeben von Wasser.

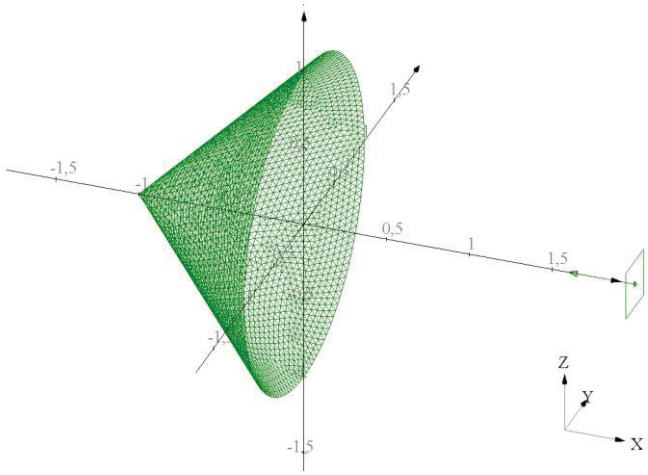


Abb. 1: verwendetes Modell

Als Schallquelle wird eine in negativer X-Richtung einfallende ebene Welle verwendet, um die Ergebnisse mit der FEM-Anwendung COMSOL in kürzerer Rechenzeit (Rotationssymmetrie) vergleichen zu können.

Ergebnisse für einen Frequenzsweep

Für einen Frequenzbereich von 100 Hz bis 1 kHz wurde der normierte Schalldruckpegel im Fernfeld in 0,5 Hz Schritten (≙ 1.801 Frequenzen) an einem monostatischen Auswertungspunkt bei [10, 0, 0 km] ermittelt, um auftretende Resonanzen gut erkennen zu können (Abb. 2).

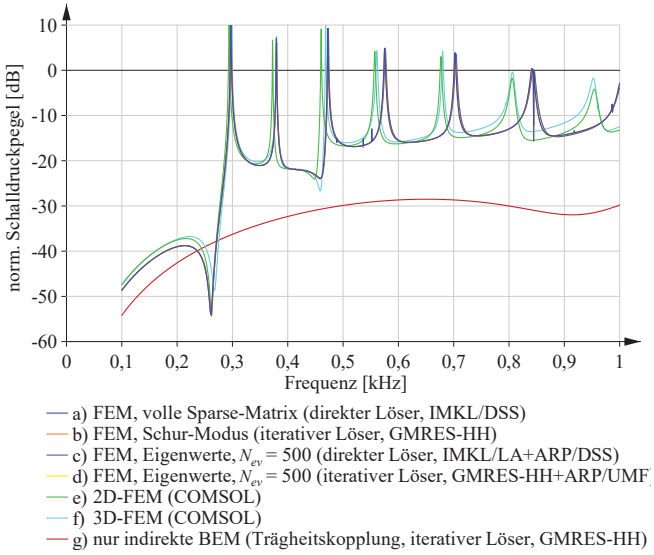


Abb. 2: Schalldruckpegel am monostatischen Auswertungspunkt bei [10, 0, 0] km

Der maximal zulässige relative Fehler für die iterativen Löser (b, d, e) wurde auf 10^{-4} festgelegt.

Alle drei FEM-Berechnungsvarianten (volle Sparse-Matrix, Eigenwerte und Schur-Verfahren, a…d) stimmen sehr gut über, die Differenzen liegen, bis auf vereinzelte Ausreißer bei einigen Frequenzen, unterhalb von einem dB.

Der Unterschied zur indirekten BEM (g), bei der für die dünne Schale das Trägheitskopplungsverfahren gemäß [1] verwendet wurde, ist klar erkennbar und zeigt den großen Einfluss der elastischen Materialeigenschaften.

Im Vergleich zu den FEM-Ergebnissen von COMSOL (e, f) zeigt sich eine mit zunehmender Frequenz größere Frequenzverschiebung (bei ähnlichen Maxima- bzw. Minimawerten).
Dies liegt u.E. an den unterschiedlichen Verfahren zur Berechnung der FEM-Matrizen (Kirchhoff-Verfahren im eigenen Code, Reissner-Mindlin-Verfahren in COMSOL) und bedarf noch weiterer Untersuchungen. Zur besseren Vergleichbarkeit wird daher derzeit eine zusätzliche Implementierung des Reissner-Mindlin-Verfahrens für den eigenen Code vorbereitet.

Zur Information sind in der Tabelle 1 die Rechenzeiten für die einzelnen Ergebnisse aufgeführt:

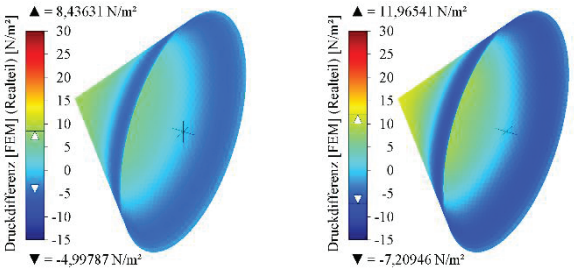
Tabelle 1: Rechenzeiten für den Frequenzsweep (f = 100 … 1.000 Hz, Δf = 0,5 Hz, N_f = 1.801)

Verfahren	Rechenzeit [h:m:s]
a) FULL SPARSE (direkt)	3:48:55
b) SCHUR-Modus (iterativ)	2:57:57
c) EIGEN-Modus (direkt)	2:17:00
d) EIGEN-Modus (iterativ)	1:37:16
e) 2D-FEM (COMSOL, rotationssymmetrisch!)	0:07:12
f) 3D-FEM (COMSOL)	ca. 13 h
g) nur indirekte BEM (iterativ)	0:21:52

Die Lösungszeit der FULL SPARSE-Variante ist aufgrund der „geringen“ Anzahl an Elementen hier nicht wesentlich größer als bei den anderen Verfahren.

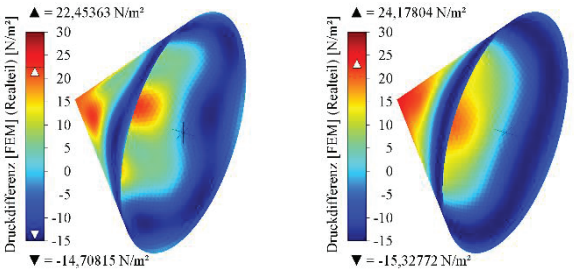
Druckdifferenzen an Resonanzstellen

Zur Verdeutlichung der Änderungen der Druckdifferenz an den Resonanzstellen zeigen die folgenden Abbildungen den Realteil der Druckdifferenz $\Re(\Delta p_{el,FEM})$ auf der Oberfläche im Bereich einer Resonanzstelle bei 294 ... 299 Hz.



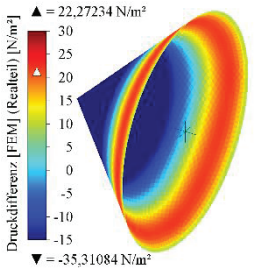
f = 294 Hz

f = 295 Hz

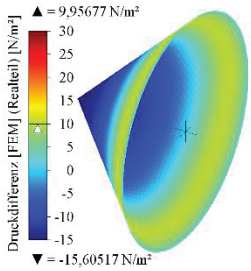


f = 296 Hz

f = 297 Hz



f = 298 Hz



f = 299 Hz

Abb. 3: $\Re(\Delta p_{el,FEM})$

In allen Abbildungen wird der gleiche Wertebereich (-15 … +30 dB) verwendet, damit ist gut zu erkennen, wie die Druckdifferenz im Bereich des Resonanzpunktes bei ca. f = 297,15 Hz deutlich ansteigt und anschließend wieder fällt und sich dabei auch das Vorzeichen des Realteils ändert.

Zusammenfassung und Ausblick

Die implementierten FEM-Kopplungsverfahren zeigen eine gute Übereinstimmung untereinander und im Vergleich mit kommerziellen FEM-Anwendungen.

Der Geschwindigkeitsvorteil bei Verwendung der BEM anstelle der FEM im 3D-Bereich ist klar erkennbar.

Die Verwendung von iterativen Gleichungslösern in Verbindung mit den implementiertem SCHUR- bzw. EIGEN-Lösungsvarianten ermöglicht die Kombination mit der Multi-Level-Fast-Multipol-Methode.

Der Code wird derzeit für FEM-Schalenrandbedingungen für geschlossene Gebiete erweitert, d.h., im Inneren des entsprechenden Strukturanteils befindet sich ein Vakuum.

Auch soll zukünftig die Kombination beliebiger Randbedingungen innerhalb eines Modells möglich sein, ebenso das „feste Einspannen“ von vorhandenen Kanten.

Referenzen / Literatur

[1] Steinke, P.:
„Finite-Elemente-Methode; Rechnergestützte Einführung“, 5. Auflage, Springer Vieweg Verlag, 2015, ISBN 978-3-642-53936-7

[2] R. Burgschweiger, I. Schäfer, M. Ochmann:
„Implementation and results of a mass inertia coupling as an extension of the BEM for thin shells “, International Congress on Sound and Vibration (ICSV22), 2015, Florenz

Besuchen Sie die Webseite unserer Projektgruppe:
https://projekt.beuth-hochschule.de/ca