Experimentelle Validierung der Model Updating Komponente der Software WaveImage unter zusätzlicher Berücksichtigung von Temperaturveränderungen

Jan Heimann[1], Daniel Herfert[1]
[1] GFaI e.V., 12489 Berlin, Deutschland, Email: herfert@gfai.de

Einleitung

Im Rahmen der Veröffentlichung soll eine neuartige Model Updating Komponente aus der Software WaveImage an einer strukturdynamischen Anwendungen präsentiert und validiert werden. Mittels des Model Updating werden durch Verwendung eines Optimierungsverfahrens die Materialparameter bzw. die Randbedingungen der Simulation durch den Abgleich mit den realen modalen Parametern approximiert. Die realen modalen Parameter werden durch Algorithmen der experimentellen (EMA) bzw. operationalen Modalanalyse (OMA) aus der Software WaveImage berechnet und basieren auf Laservibrometermessungen. Das Simulationsmodell wird ebenfalls in der Software WaveImage mit der Komponente zur Finite Elemente Analyse (FEA) kalkuliert. Im Anschluss des Optimierungsprozesses entsteht dann ein digitaler Zwilling der realen Struktur der nahezu identische dynamische Parameter im Vergleich zur realen Struktur aufweisen soll. Dieser digitale Zwilling kann dann zur Simulation der Anregung mit unterschiedlichen Lasten bzw. zur Simulation von Modifikationen genutzt werden. Dies erspart viel Zeit und Kosten im Vergleich zur realen Validierung. Eine innovative Erweiterung soll die Berücksichtigung eines homogenen Temperaturfeldes innerhalb der Model Updating Komponente darstellen.

Model Updating: Das Prinzip

Die Implementierung der Model Updating Komponente in die Software WaveImage basiert auf einer Arbeit von [1]. Deren Ansatz arbeitet mit der Formulierung von Unterschieden in den modalen Eigenschaften. So wird aus der Minimierung der Unterschiede zwischen gemessenen und simulierten Eigenwerten und Eigenvektoren des dynamischen Systems das Optimierungsproblem formuliert. Dazu werden die Optimierungsvariablen α und β eingeführt, die die Systemmatrizen in Form der Steifigkeitsmatrix ($\boldsymbol{K}$) und der Massenmatrix ($\boldsymbol{M}$) der linearen Struktur so lange verändern bis die Unterschiede in den modalen Eigenschaften zwischen Simulation und Experiment minimiert wurden. Die Optimierungsvariablen α und β entsprechen Materialparametern wie dem E-Modul und der Massendichte. Die Variablen sind skaliert und geben die prozentuale Relativwertveränderung vom Ausgangswert an. $\boldsymbol{K}$ und $\boldsymbol{M}$ können als Funktion der Optimierungsvariablen (α, β) wie folgt

$$\boldsymbol{K}(\alpha) = \boldsymbol{K_0} + \alpha \boldsymbol{K}_\alpha, \quad \boldsymbol{M}(\beta) = \boldsymbol{M_0} + \beta \boldsymbol{M}_\beta \tag{1}$$

formuliert werden. Dabei beschreiben $\boldsymbol{K_0}, \boldsymbol{M_0}$ die ermittelten Systemmatrizen der Simulation vor dem Model Updating. $\boldsymbol{K}_\alpha$ und $\boldsymbol{M}_\beta$ sind konstante Einflussmatrizen der zu aktualisierenden Parameter, die entsprechend der Optimierungsvariablen zugeordnet sind. Die simulierten Eigenwerte (λ_i) und Eigenvektoren ($\boldsymbol{\Psi}_i$) sind Lösung des Eigenwertproblems

$$[\boldsymbol{K}(\alpha) - \lambda_i \boldsymbol{M}(\beta)] \{\boldsymbol{\Psi}_i\} = \boldsymbol{0}, \quad i = 1...n_{\text{Moden}} \tag{2}$$

und sind implizit von α und β abhängig. Daneben werden die experimentell ermittelten Eigenwerte ($\lambda_{\text{Exp},i}$) und Eigenvektoren ($\boldsymbol{\Psi}_{\text{Exp},i}$) aus den Messdaten extrahiert. Zu Minimierung der modalen Eigenschaften zwischen Experiment und Simulation wird die nachstehende Zielfunktion formuliert:

$$\min_{\alpha,\beta} \sum_{i=1}^{n_{\text{Moden}}} \left(\frac{\lambda_{\text{Exp},i} - \lambda_i(\alpha,\beta)}{\lambda_{\text{Exp},i}} \cdot w_{\lambda_i} \right)^2 + \left(\frac{1 - \sqrt{\text{MAC}_i(\alpha,\beta)}}{\sqrt{\text{MAC}_i(\alpha,\beta)}} \cdot w_{\Psi_i} \right)^2 , \tag{3}$$

wobei w_{λ_i} und w_{Ψ_i} Gewichtungsfaktoren der Eigenwertdifferenz respektive der Eigenvektordifferenz sind. $\text{MAC}_i(\alpha,\beta)$ beschreibt das Modal Assurance Criterion zwischen der i-ten experimentellen und simulierten Eigenform/Eigenvektor [1].

$$\text{MAC}_i(\alpha,\beta) = \frac{\left((\boldsymbol{\Psi}_{\text{Exp},i})^{\text{T}} \boldsymbol{\Psi}_i(\alpha,\beta)\right)^2}{||\boldsymbol{\Psi}_{\text{Exp},i}||_2^2 \; ||\boldsymbol{\Psi}_i(\alpha,\beta)||_2^2} \tag{4}$$

Die MAC-Werte liegen zwischen 0 und 100 % und beschreiben, wie sehr die Eigenformen untereinander korrelieren. Ist ihr MAC-Wert nahezu 100 %, sind die Eigenformen identisch. Falls der MAC-Wert jedoch 0 ist, unterscheiden sich die Eigenformen.

Numerische Optimierungsalgorithmen arbeiten iterativ, so dass bei jedem Iterationsschritt der Wert der Zielfunktion neu berechnet wird, indem der aktualisierte Wert von α und β im aktuellen Schritt verwendet wird. Zunächst werden mit den Werten α und β nach Gl.1 die Systemmatrizen $\boldsymbol{K}(\alpha)$ und $\boldsymbol{M}(\beta)$ erzeugt. Damit wird das Eigenwertproblem nach Gl.2 gelöst, um die modalen Eigenschaften zu erhalten. Schließlich wird der aktualisierte Satz von simulierten Eigenwerten und Eigenvektoren verwendet, um die Zielfunktion in Gl.3 zu beurteilen. Die Zielfunktion ist im Allgemeinen nicht-konvex, dadurch kann kein globales Minimum der Lösung garantiert werden [1]. Um die Möglichkeit zu erhöhen, das globale Minimum zu finden, werden mehrere zufällig Startwerte der Optimierungsvariablen generiert, um den Optimierungsprozess zu initiieren. Diese liegen innerhalb von zuvor definierten Grenzen (hier ±50 % vom Nominalwert). In dieser Arbeit wird der lokale Optimierungsalgorithmus nach Levenberg-Marquardt aus der Matlab `optimization toolbox` [6] verwendet.

Finite Elemente Analyse

Bei der Teststruktur zur Validierung der Model Updating Komponenten kommt ein Blindflansch aus Stahl mit den Abmaßen 140 mm x 12 mm zum Einsatz. Zur Simulation der Schwingeigenschaften dieser Struktur wird ein CAD-Modell in die FEA-Komponente der Software geladen. Da neben der Strukturgeometrie auch die Materialeigenschaften für die FE-Simulation benötigt werden, werden diese im Vorfeld in Form von E-Modul, Dichte und Poissonzahl angegeben (Tab.1). Zudem wurde die Struktur unter freien Randbedingungen betrachtet. Die Simulation ergab folgende numerisch ermittelte Eigenformen und Eigenfrequenzen (Tab. 2). Zu erkennen ist, dass die ersten Eigenfrequenzen respektive Eigenformen relativ hochfrequent sind. Das Wissen über den durch die Simulation ermittelten Bereich der Eigenfrequenzen ist wichtig für die Durchführung der EMA, da diese Frequenzen im Rahmen der Messung geeignet aufgenommen werden müssen. Dies ist für das spätere Model Updating elementar. Neben der Angabe der resultierenden Eigenfrequenzen werden die Schwingmuster der jeweiligen Eigenformen animiert auf der Geometrie der Struktur dargestellt (Abb. 1). Anhand der Visualisierung der Schwingformen lassen sich für die nachfolgenden realen Schwingungsmessungen schon einmal Bereiche für die Platzierung der Anregung einschränken. So wird nämlich vermieden, dass in auftretende Schwingungsknoten angeregt wird.

Tabelle 1: Materialeigenschaften der Struktur für die FEA.

Elastizitätsmodul	210 GPa
Dichte	7850 kg/m^3
Poissonzahl	0,3

Tabelle 2: Resultate der FEA für den Blindflansch bei freien Randbedingungen.

Eigenform:	Eigenfrequenz (Hz)
1.	4758
2.	4949
3.	7900
4.	10385
5.	10386

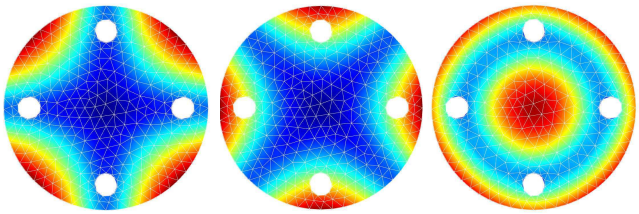

Abbildung 1: Darstellung der Schwingmuster exemplarisch für die ersten simulierten Eigenformen (FEA).

Versuchsaufbau und Messung

Zur experimentellen Untersuchung der Schwingungseigenschaften der Teststruktur wurde für den Blindflansch die Art der freien Lagerung gewählt. Diese Wahl beruht in erster Linie auf die vordergründige Betrachtung der dynamischen Eigenschaften der Struktur selbst, jedoch auch um eine durch fixierte Einspannung höhere Systemdämpfung zu vermeiden. Die Struktur wurde mittels Modalshaker TMS SmartShaker K2007E01 angeregt, während die Systemantwort von einem 3D-Laser Scanning Vibrometer (3D-LSV) System des Herstellers Polytec GmbH gemessen wurde (Abb. 2). Auf Grundlage der FEA-Ergebnisse wurde die Anregung der Struktur auf einen Frequenzbereich von 4-12 kHz beschränkt. Als Signal kam ein Periodic Chirp [4] zum Einsatz, was sich vor allem durch ein gutes Signal-Rausch Verhältnis und einen geringen Crest-Faktor auszeichnet. Über ein ungleichmäßiges Gitter mit mehr als 200 Scanpunkten wurde mit den Laserköpfen die Oberflächenschnellen in alle drei Raumrichtungen (x, y, z) erfasst, um somit bezogen auf die Anregung die einzelnen Übertragungsfunktionen pro Messpunkt zu ermitteln und daraus die Frequenzgangsmatrix $\boldsymbol{H}(f)$ zu bilden. Aus dieser lassen sich die modalen Eigenschaften der Struktur identifizieren.

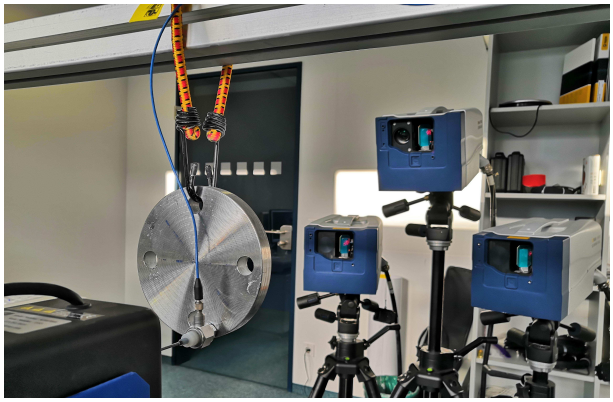

Abbildung 2: Versuchsaufbau zur Durchführung der experimentellen Modalanalyse an der Teststruktur (Blindflansch). Frei gelagert wird die Struktur mittels Shaker zwischen 4-12 kHz angeregt. Erfassung der Systemantwort über 3D-LSV.

Experimentelle Modalanalyse

Zur Ermittlung der modalen Eigenschaften aus den erhobenen Schwingungsdaten kam der Complex Mode Indicator Function (CMIF) -Algorithmus [2, 3] zur Anwendung. Dieser Algorithmus basiert auf einer Singulärwertzerlegung der gemessenen Frequenzgangsmatrix $\boldsymbol{H}(f)$ und ermöglicht eine vollständige Schätzung der modalen Parameter. Dabei erfolgt die Singulärwertzerlegung der Frequenzgangsmatrix an jeder gemessenen Spektrallinie. Die ermittelten Singulärwerte werden anschließend über die Frequenz als sogenannte CMIF-Kurve dargestellt. Deutlich auftretende Peaks in der CMIF-Kurve kennzeichnen die Existenz von Eigenformen, wobei die Magnitude des Singulärwerts direkt der relativen Magnitude der Eigenform entspricht. Die Position auf der Frequenzachse entspricht zudem der

dazugehörigen gedämpften Eigenfrequenz des Systems [3, 2]. In der Abbildung 3 ist die CMIF-Kurve aus den Messdaten der Blindflansch-Teststruktur dargestellt, die mit Hilfe der Software WaveImage kalkuliert wurde. Das Ergebnis zeigt deutlich, dass im gemessenen Fre-

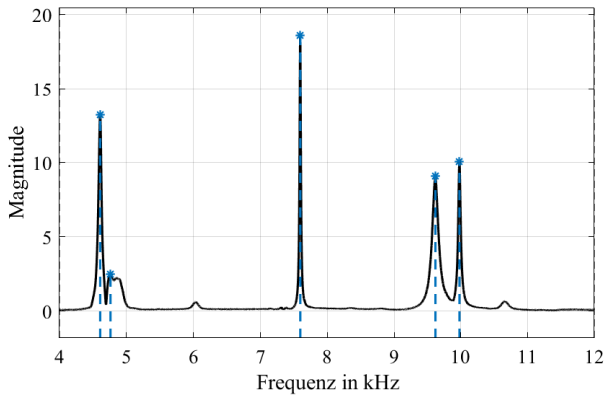

Abbildung 3: CMIF-Kurve: Darstellung der identifizierten Eigenformen und Eigenfrequenzen (blau-gestrichelte Linien) über den gesamten Messfrequenzbereich.

quenzspektrum fünf Eigenformen respektive die dazugehörigen Eigenfrequenzen (blau-gestrichelte Linie) identifiziert werden konnten. Die eingangs erwartete geringe Systemdämpfung findet bei Betrachtung der Kurve in Form relativ schmalbandiger Peaks und deren deutlichen Auslenkung in der Magnitude (guter Signal-Rausch Abstand) ihre Bestätigung. Die identifizierten Eigenformen lassen sich anschließend in WaveImage darstellen, siehe Abbildung 4. Bei Betrachtung der Schwingmuster ist zu

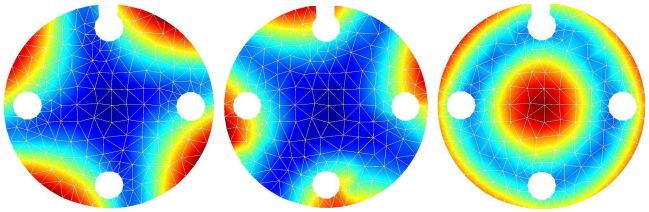

Abbildung 4: Darstellung der Schwingmuster exemplarisch für die ersten identifizierten Eigenformen (EMA).

erkennen, dass die ersten beiden identifizierten Eigenformen der CMIF-Kurve dasselbe Schwingmuster aufweisen. Es handelt sich dabei um die erste Eigenform bei frei gelagerten zylindrischen Platten, was der Vergleich mit der Theorie in [5] bestätigt. Aufgrund der Rotationssymmetrie der Struktur treten doppelte Eigenfrequenzen auf, die hier vermutlich in Folge der Sensorankopplung voneinander abweichen. In der Tabelle 3 sind die Ergebnisse der EMA-Messung und der Auswertung nochmals zusammengefasst samt Angabe der Dämpfung. Zur abschließenden Qualitätsüberprüfung der ermittelten Ergebnisse wird die MAC-Matrix gebildet (Abb. 5). Diese verdeutlicht, dass die verschiedenen Eigenvektoren respektive Eigenformen untereinander kaum bis gar nicht miteinander korrelieren und somit eindeutig voneinander getrennt ermittelt werden konnten. Zudem bestätigt der Vergleich mit den entsprechenden FEA-Ergebnissen, dass die simulierten Ergebnisse experimentell reproduziert werden

Tabelle 3: Resultate der EMA für den Blindflansch bei freier Lagerung.

Eigenform:	Eigenfrequenz (Hz)	Dämpfung (%)
1.	4607	0,38
2.	4763	0,59
3.	7593	0,22
4.	9626	0,79
5.	9986	0,17

konnten. In Allem bildet das somit die gefordert Grundlage zur Verwendung und Validierung der Model Updating Komponente.

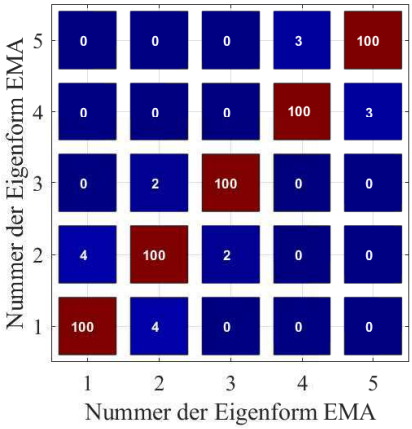

Abbildung 5: MAC-Matrix: Überprüfung der Korrelation der ermittelten Eigenformen untereinander.

Der Optimierungsprozess

Nachdem die Schwingeigenschaften der Struktur experimentell und simulativ ermittelt wurden, werden die modalen Ergebnisse gegenüber gestellt. Neben dem Vergleich der jeweiligen Eigenfrequenzen (Tab. 2 vs. Tab. 3), sowie die Betrachtung der Eigenformen (Abb. 1 vs. Abb. 4) wird zudem die MAC-Matrix aus FEA und EMA gebildet (Abb. 6), die letztlich auch für die Zielfunktion herangezogen wird (Gl.3). In diesem Fall wurden für das Model Updating nur die ersten drei Eigenformen herangezogen. Es wird ersichtlich, dass die ermittelten Eigenformen von FEA und EMA miteinander korrelieren und gut übereinstimmen. Um für den in dieser Arbeit verwendete Optimierungsalgorithmus die Chance auf ein globales Minimum zu maximieren, wird der Optimierungsprozess mit 10.000 randomisierten Startwerten für α und β initiiert. Bei der Verwendung randomisierter Startwerte berechnet sich anschließend die Massen- und Steifigkeitsmatrix aus dem Mittelwert der normalverteilten Optimierungsvariablen, zu sehen in der Abbildung 7 als Beispiel für α. Der statistisch ermittelte Erwartungswert ergibt einen Wert für $\alpha_{\text{opt}} = -0,029$ und für $\beta_{\text{opt}} = 0,031$ und bildet somit jeweils die optimale Lösung. Daraus lässt sich nach

$$E_{\text{opt}} = E_{\text{nom}} \cdot (1 + \alpha_{\text{opt}}) \tag{5}$$

und nach

$$\rho_{\text{opt}} = \rho_{\text{nom}} \cdot (1 + \beta_{\text{opt}}) \tag{6}$$

der optimierte Materialparameter E_{opt} sowie ρ_{opt} berechnen. E_{nom} bzw. ρ_{nom} bilden den E-Modul und die Dichte, die eingangs für die FE-Simulation verwendet wurden (Tab. 1). Mit E_{opt} respektive ρ_{opt} wird anschließend die FE-Simulation erneut gerechnet. Das Ergebnis der Simulation nach dem Model Updating ist in der Tabelle 4 aufgelistet.

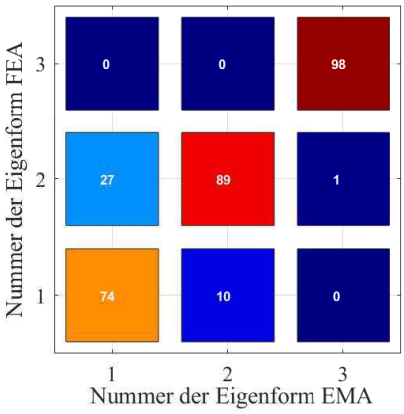

Abbildung 6: MAC-Matrix: Überprüfung der Korrelation der ermittelten Eigenformen zwischen FEA und EMA.

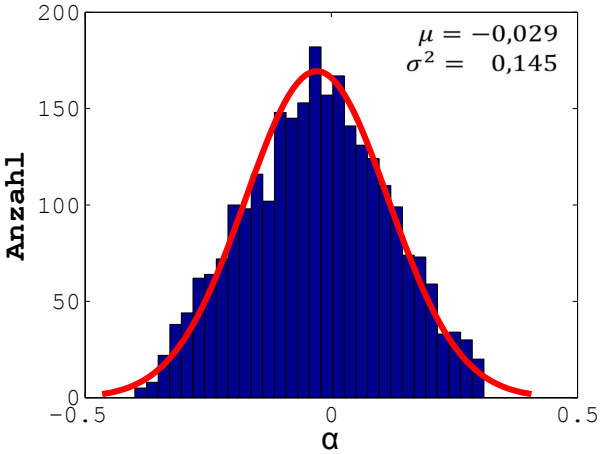

Abbildung 7: Verteilung der α-Werte innerhalb der Grenzen über die Anzahl der konvergierten Lösungen.

Tabelle 4: Eigenfrequenzen der FE-Simulation nach dem Model Updating.

Eigenform:	Eigenfrequenz (Hz)
1.	4604
2.	4790
3.	7642

Ausblick und zukünftige Arbeit

Die Validierung der Model Updating Komponente auf Grundlage von experimentellen Daten hat in einem ersten Versuch plausible Resultate liefern können. Der Optimierer konnte Lösungen finden, mit denen eine erneute FE-Simulation nahezu identische dynamischen Parameter im Vergleich zu der realen Struktur aufweisen konnte. Als ein nächster Schritt soll die Verbesserung der Laufzeit eine wichtige Rolle spielen, um Strukturen mit mehreren tausenden Freiheitsgraden (FHG) in kürzerer Zeit berechnen zu können. Zudem soll zukünftig der hier verwendete Model Updating-Algorithmus an weiteren, komplexen Strukturen validiert werden. Unter Anderem an Leichtbau-Komposit Strukturen. Diese sind insofern interessant, da als inhomogene Verbundmaterialstruktur selten die genauen Angaben über die Materialparameter vorliegen. Des Weiteren soll der Model Updater um die Berücksichtigung eines homogenes Temperaturfelds erweitert werden, um das dynamische Verhalten des digitalen Zwillings in Abhängigkeit der Temperatur simulieren zu können. Dazu werden Materialkarten von E-Modul und Dichte abhängig von der Temperatur erstellt mit dem Ziel entsprechende Funktionen für die Verarbeitung dieser Parametererweiterung ableiten zu können.

Literatur

[1] Dong, X.; Wang, Y.: Formulation and Optimization Algorithm Comparison for the FE Model Updating of Large-Scale Structures, 2018.

[2] Leurs, W.; Deblauwe, F.; Lembregts, F.: MODAL PARAMETER ESTIMATION BASED ON COMPLEX MODE INDICATOR FUNCTIONS, 1993.

[3] Allemang, R.; Brown, D.: A Complete Review of the Complex Mode Indicator Function (CMIF) with Applications, 2006.

[4] Polytec GmbH: Anregungen. Anregungssignale - Fensterung - Anregungssysteme, Waldbronn, November 2017.

[5] Senjanovic, I.; Hadzic, N.; Vladimir, N.; Cho, D.S.: Natural vibrations of thick circular plate based on the modified Mindlin theory, Archives of Mechanics, 66:389–409, 2014.

[6] MATLAB Documentation `lsqnonlin`, URL: `https://de.mathworks.com/help/optim/ug/lsqnonlin.html`