

Eigenschaften der Fernfeldnäherung als Modell für Schallquellendirektivität

Jens Ahrens

Division of Applied Acoustics
Chalmers University of Technology
SE- 412 96 Göteborg
E-Mail: jens.ahrens@chalmers.se

Einleitung

Repräsentationen von Schallquellendirektivitäten auf der Basis von Kugelflächenfunktionen (a.k.a. spherical harmonics) wurden in verschiedenen Anwendungsgebieten eingesetzt [1]. Theoretisch deckt eine solche Repräsentation die gesamte abstandsabhängige Direktivität von der abstrahlenden Fläche bis hin zu beliebig weit entfernten Punkten im Freifeld ab. Die Messung der Direktivitäten von Schallquellen wie z.B. der menschlichen Stimme, Musikinstrumenten oder Industrieanlagen weist grundlegende Einschränkungen bzgl. der erreichbaren Genauigkeit und räumlichen Auflösung auf. Die kugelflächenfunktionsbasierten Darstellungen sind daher in ihrer Flexibilität beschränkt. Sofern die betrachtete Schallquelle eine endliche Ausdehnung aufweist, kann ihre Direktivität im Fernfeld als Kugelwelle mit richtungsabhängiger komplexer Amplitude angenähert werden. Im vorliegenden Beitrag illustrieren wir die Eigenschaften der Fernfelddirektivität als Repräsentation für die Quellendirektivität auch bei kurzen Abständen. Bei vielen relevanten Quellentypen ist die Abweichung gering, und große Flexibilität v.a. bzgl. der notwendigen Interpolation von Messdaten ergibt sich. Wir zeigen, dass eine Fernfelddirektivität auch für spärliche Messdaten berechnet werden kann für die eine herkömmliche Repräsentation auf der Basis von Kugelflächenfunktionen nicht möglich ist.

Theorie

Die abstands- und frequenzabhängige Direktivität einer Schallquelle mit begrenzter räumlicher Ausdehnung kann über die Koeffizienten $\tilde{W}_{l,m}(\omega)$ einer Zerlegung in Kugelflächenfunktionen $Y_{l,m}(\boldsymbol{\gamma})$ dargestellt werden:

$$W(r, \boldsymbol{\gamma}, \omega) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l \tilde{W}_{l,m}(\omega) h_l^{(1)}\left(\frac{\omega r}{c}\right) \quad (1)$$

r bezeichnet den Abstand und der Vektor $\boldsymbol{\gamma}$ die Winkel des Empfängerpunktes in einem Kugelkoordinatensystem. ω ist die betrachtete Winkelfrequenz, c die Schallgeschwindigkeit und L die Ordnung der Darstellung, die im allgemeinen gegen unendlich geht. Bei genügend großem Produkt ωr kann obige Gleichung mittels der Näherung für große Argumente der sphärischen Hankel-Funktionen $h_l^{(1)}(\cdot)$ in

$$W_\infty(r, \boldsymbol{\gamma}, \omega) = \frac{e^{i\frac{\omega r}{c}}}{r} \frac{c}{i\omega} \sum_{l=0}^L \sum_{m=-l}^l (-i)^l \tilde{W}_{l,m}(\omega) Y_{l,m}(\boldsymbol{\gamma}) \quad (2)$$

umgeformt werden [2].

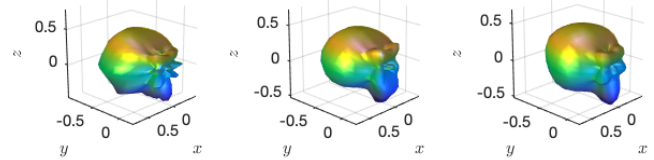


Abbildung 1: Ballondarstellung der Direktivität von Lautsprecher 1 des IEM Lautsprecher Cube [5] bei einer Frequenz von 818 Hz. Links: Gemessener Betrag. Mitte: Klassische (Nahfeld-)Direktivität gemäß Gl. (1) mit $L = 6$. Rechts: Fernfelddirektivität mit $L = 6$. Abbildung aus [4].

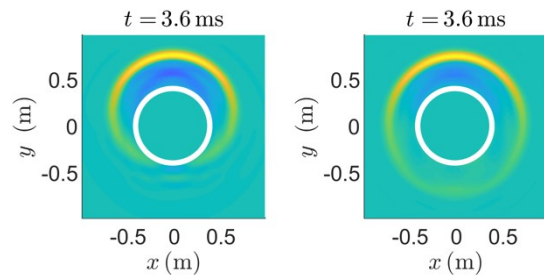


Abbildung 2: Standbild im Zeitbereich in der Horizontalebene einer FDTD-Simulation [3] der Daten aus Abb. 1. Das abgestrahlte Signal ist ein gaußscher Puls mit einer Varianz von $1 \cdot 10^{-4}$. Der weiße Kreis schließt den Bereich ein, in dem die Simulation nicht ausgewertet werden kann. Links: Klassische (Nahfeld-)Direktivität gemäß Gl. (1) mit $L = 6$. Rechts: Fernfelddirektivität mit $L = 6$. Abbildung aus [4].

Wir bezeichnen $W_\infty(\cdot)$ im Folgenden als *Fernfelddirektivität*, da in der Praxis meist der Abstand r des Empfängerpunktes von der Quelle größeren Einfluss auf die Gültigkeit der Näherung hat als die Winkelfrequenz ω . Wie groß r sein muss, damit $W_\infty(\cdot)$ anwendbar ist, hängt im Wesentlichen von der räumlichen Ausdehnung der Schallquelle ab. Es können keine nützlichen allgemeingültigen Aussagen getroffen werden. Die Daumenregel ist, dass r viel größer sein muss als sich die weiteste Ausdehnung der betrachteten Schallquelle vom Koordinatenursprung entfernt.

Unsere ersten Experimente zeigen, dass $W_\infty(\cdot)$ bei einem im Koordinatenursprung zentrierten kompakten Lautsprecher bereits in einem Abstand von 1 m beinahe nicht mehr von $W(\cdot)$ unterscheidbar ist [3,4]. Siehe Abb. 1. Abb. 2 zeigt eine Zeitbereichsdarstellung der Direktivität des Lautsprechers. Die Kugelförmigkeit der Wellenfronten der Fernfelddirektivität, Gl. (2), ist klar erkennbar (rechts) und weicht geringfügig von der Krümmung der Nahfelddarstellung, Eq. (1), ab.

Vorteile der Fernfelddirektivität

$W_{\infty}(\cdot)$ stellt eine Kugelwelle mit winkelabhängiger komplexer Amplitude dar und gilt für alle Schallquellen räumlicher Ausdehnung bei genügend großem Abstand. Wir schlagen vor, $W_{\infty}(\cdot)$ unabhängig vom Abstand als Repräsentation der Quellendirektivität zu verwenden [6]. Dieser Vorschlag wurde bereits in [7,8] gemacht ohne, dass die Eigenschaften der Fernfelddirektivität weiter untersucht wurden.

Die Motivation, $W_{\infty}(\cdot)$ zu verwenden, ergibt sich aus den Herausforderungen der Messung von Schallquellendirektivitäten. Quellen, die keine elektroakustischen Quellen sind, können nicht mit beliebigen und reproduzierbaren Messsignalen angetrieben werden. So wurde z.B. in [9] vorgeschlagen, die Direktivitäten von Musikinstrumenten zu messen, indem geübte Musiker/innen ausgehaltene Töne in einer das Instrument umschließenden, kugelförmigen Mikrofonanordnung spielen. Die Beträge und Phasen der stabilen Teiltöne in den Mikrofonsignalen stellen dann die Direktivität des Instrumentes an der Mikrofonposition dar. Zwischen den Teiltönen können keine Daten erhoben werden. Die Messung der Abstrahlung von Maschinen und Fahrzeugen weißt weitaus größere Einschränkungen auf, und meist kann nur der Betrag der Direktivität an diskreten Punkten gemessen werden. Obwohl für Musikinstrumente auch die Phase der Direktivität abgelesen werden kann, gehen wir nicht davon aus, dass die Daten zuverlässig genug sind, um in die Berechnung der Direktivität einzufließen [10].

Somit ergibt sich die Notwendigkeit der Interpolation sowohl über den Winkel als auch über die Frequenz, um eine komplette – also in allen Richtungen und an allen Frequenzen gültige – Repräsentation der Direktivität zu berechnen. Die Abstandsabhängigkeit der Direktivität in einer messungsbasierten Repräsentation einfließen zu lassen, erscheint für die meisten der relevanten Schallquellen nicht durchführbar.

Interpolation von Betragsfrequenzgängen über Frequenz und Winkel stellt keine besondere Herausforderung dar. Die Periodizität der Phase jedoch führt zu unerwünschten Ergebnissen [4,11]. Dies ist im vorliegenden Fall besonders kritisch, da die Phase der Direktivität zu einem großen Teil die Krümmung der von der Quelle abgestrahlten Schallwellen repräsentiert. Unbedachte Interpolation führt im vorliegenden Fall zu nicht verwendbaren Ergebnissen, wie die folgenden Anwendungsbeispiele illustrieren.

Anwendungen der Fernfelddirektivität

Abb. 3 zeigt den Betragsfrequenzgang der Direktivität der Oboe aus dem Datensatz [9] für den Ton c' im fortissimo in einer Richtung. Die blaue Kurve stellt die gemessenen Betragsdaten dar, die von den Teiltönen des gespielten Tons abgelesen und linear interpoliert wurden. Die orange Kurve wurde durch Interpolation der komplexen gemessenen Daten im Frequenzbereich berechnet. Werden diese Daten mittels Gl. (1) dargestellt, so sprechen wir von einer Nahfelddirektivität. Die gelbe Kurve stellt schließlich den Betragsfrequenzgang der Fernfelddirektivität dar, die auf Basis der

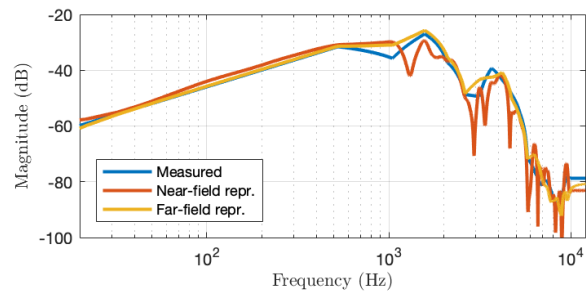


Abbildung 3: Direktivität einer Oboe in einer Richtung. Blau: Gemessene Daten. Orange: Nahfelddirektivität. Gelb: Fernfelddirektivität. Abbildung aus [10].

gemessenen Beträge berechnet und zu einem minimalphasigen Spektrum vervollständigt wurde.

Die Verwendung der Fernfelddirektivität $W_{\infty}(\cdot)$ erübrigt die Beschreibung der Krümmung der Wellenfronten über die Phase. Dies erleichtert die Interpolation von Messdaten maßgeblich. Die gelbe Kurve in Abb. 3 beschreibt die gemessenen Beträge viel genauer als die orange. Abb. 4 zeigt die Direktivität der Oboe für das c' im Zeitbereich als Nahfeldrepräsentation sowie als Fernfeldrepräsentation. Die Artefakte, die durch die Interpolation in der Nahfeldrepräsentation entstehen, sind augenscheinlich. Für weitere Details verweisen wir auf [10].

Als letztes Anwendungsbeispiel zeigen wir die Berechnung der Fernfelddirektivität auf der Basis einer spärlichen Messung [5]. Die Messdaten einer Gesangsstimme liegen nur in der Horizontalebene sowie der Sagittalebene vor (Datei `IR_a_long_sweep.mat` aus [5]). Eine klassische Nahfeldrepräsentation kann mit diesen Daten nur für $L = 1$ berechnet werden. Wir verwendeten räumliche Interpolation der Beträge der Messdaten, um eine Fernfeldrepräsentation mit $L = 9$ zu erstellen. Diese bildet die Messdaten um ein Vielfaches besser ab als die Nahfeldrepräsentation mit 1. Ordnung, wie Abb. 5 (links) zeigt. Für weitere Details verweisen wir auf [4,6].

Ein Vergleich mit anderen veröffentlichten Daten zur Gesangsstimme legt nahe, dass die Ungenauigkeit der vorliegenden Daten durch Regularisierung in einer Berechnung der Koeffizienten der Fernfeldrepräsentation, Gl. (2), nach der Methode der kleinsten Quadrate korrigiert werden sollte. Wir verwendeten die Regularisierung aus [12]. Das Ergebnis ist in Abb. 5 (rechts) dargestellt. Dies unterstreicht die Flexibilität der Fernfeldrepräsentation bzgl. der Korrektur von Messungenauigkeiten.

Zusammenfassung

Die vorgestellte Fernfeldrepräsentation der Schallquellendirektivität verursacht bei im Audibereich typischen Schallquellenbereich nur geringfügige Abweichungen von der exakten Direktivität bzgl. des Betragsfrequenzganges. Etwaig vorliegende Messdaten zur Phase der Direktivität können in der Fernfeldrepräsentation bisher nicht berücksichtigt werden.

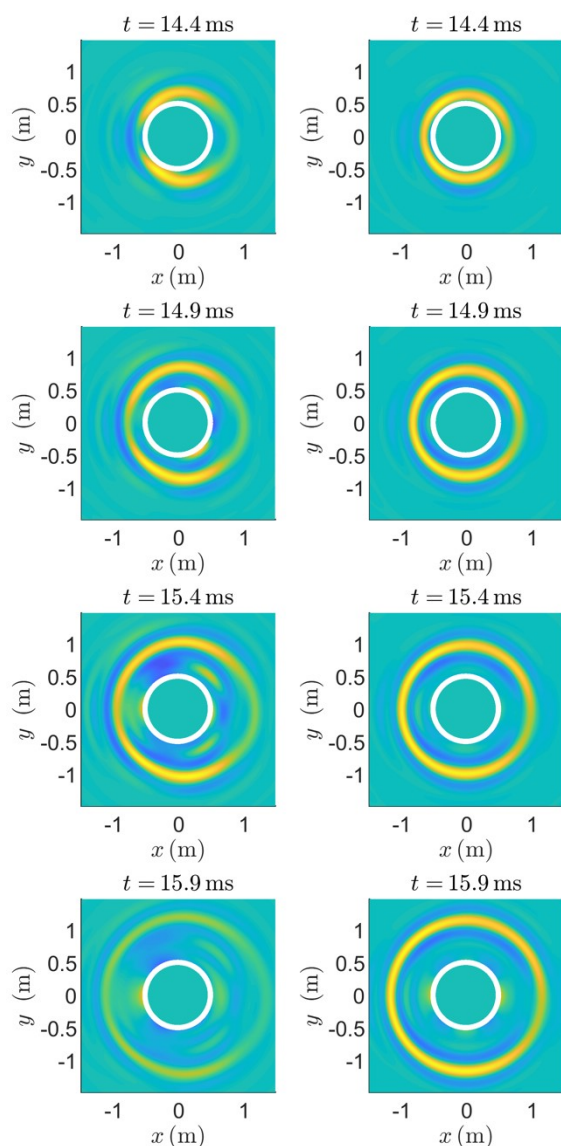


Abbildung 4: Standbild im Zeitbereich in der Horizontalebene einer FDTD-Simulation [3] der Direktivität der Oboe aus Abb. 3 mit $L = 4$. Die Oboe spielt in Richtung der negativen x -Achse. Das abgestrahlte Signal ist ein gaußscher Puls mit einer Varianz von $1 \cdot 10^{-4}$. Der weiße Kreis schließt den Bereich ein, in dem die Simulation nicht ausgewertet werden kann. Links: Nahfelddirektivität. Rechts: Fernfelddirektivität.

Die Fernfeldrepräsentation bietet im Gegenzug die Möglichkeit der umfassenden Interpolation von Messdaten sowohl bzgl. des Winkels als auch bzgl. der Frequenz. Sie ermöglicht somit die Verwendung jeglicher Form von Messdaten. Ein einziger Datenpunkt ist bereits genug, um eine Fernfeldrepräsentation zu berechnen. Somit können auch kugelflächenfunktionsbasierte Repräsentationen anhand von herkömmlichen Polardiagrammen wie in [13] berechnet werden.

Die in diesem Beitrag vorgestellten Direktivitäten sind als Online-Ressource verfügbar [14], die wir kontinuierlich erweitern werden.

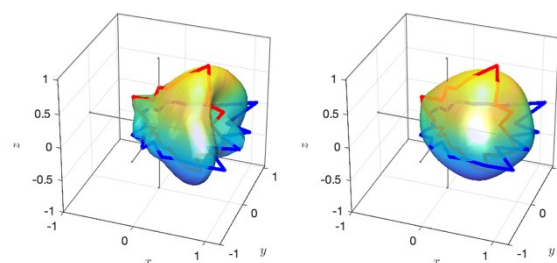


Abbildung 5: Ballondarstellung der Direktivität der Gesangsstimme aus [5] bei einer Frequenz von $f = 2$ kHz mit $L = 9$. Die blauen und roten Kurven verbinden die Messpunkte. Links: Fernfelddirektivität ohne Regularisierung. Rechts: Fernfelddirektivität mit Regularisierung. Abbildung aus [4].

Danksagung

Wir danken Stefan Bilbao für die Bereitstellung von Abb. 4.

Literatur

- [1] F. Zotter, “Analysis and synthesis of sound-radiation with spherical arrays,” Ph.D. thesis, University of Music and Performing Arts, Austria, 2009.
- [2] N. Gumerov and R. Duraiswami, *Fast Multipole Methods for the Helmholtz Equation in Three Dimensions* (Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2004).
- [3] S. Bilbao, J. Ahrens, and B. Hamilton, “Incorporating Source Directivity in Wave-based Virtual Acoustics: Time-domain Models and Fitting to Measured Data,” in *J. Acoust. Soc. Am.* 146 (4), 2019.
- [4] J. Ahrens and S. Bilbao, “Computation of Spherical Harmonics Based Sound Source Directivity Models from Sparse Measurement Data,” *Forum Acusticum*, Lyon, France, May 2020.
- [5] M. Brandner, M. Frank, and D. Rudrich, “DirPat—Database and Viewer of 2D/3D Directivity Patterns of Sound Sources and Receivers,” in 144th Convention of the AES, Milan, Italy, May 2018, eBrief 425. <https://opendata.iem.at/projects/dirpat/>
- [6] J. Ahrens and S. Bilbao, “Interpolation and Range Extrapolation of Sound Source Directivity Based on a Spherical Wave Propagation Model,” in *Proc. of IEEE ICASSP*, Barcelona, Spain, May 2020.
- [7] J. Ahrens and S. Spors, “Wave field synthesis of moving virtual sound sources with complex radiation properties,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 130, no. 5, pp. 2807–2816, 2011.
- [8] R. Mehra, L. Antani, S. Kim, and D. Manocha, “Source and listener directivity for interactive wave-based sound propagation,” *IEEE Trans. Visualization Comp. Graphics*, vol. 20, no. 4, pp. 83–94, 2014.

- [9] N. Shabtai, G. Behler, M. Vorländer, and S. Weinzierl, “Generation and analysis of an acoustic radiation pattern database for forty-one musical instruments,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 141, no. 2, pp. 1246–1256, 2017.
- [10] J. Ahrens and S. Bilbao, “Computation of far-field spherical harmonic representations of source directivity from sparse data,” *IEEE Trans on Audio, Speech and Lang Proc.*, 2020. (submitted)
- [11] J. Zaar, “Phase unwrapping for spherical interpolation of head-related transfer functions.” *Diplom Thesis, University for Music and Dramatic Arts, Graz*, 2011.
- [12] D. N. Zotkin, R. Duraiswami, and N. Gumerov, “Regularized HRTF fitting using spherical harmonics,” in *IEEE WASPAA*, (New Paltz, NY, USA), pp. 257–260, Oct. 2009.
- [13] J. Meyer, *Acoustics and the Performance of Music* (Springer, New York, 2009).
- [14] J. Ahrens, “Database of spherical harmonic representations of sound source directivities,” *Zenodo*, DOI: 10.5281/zenodo.3707708, also available at <https://github.com/AppliedAcousticsChalmers/sound-source-directivities/>, 2020