Modellierung von Fügestellen zur Berechnung der Strukturintensität in dünnwandigen Maschinenstrukturen

Nikolai Kleinfeller[1], Christian Adams[1], Tobias Melz[1,2]

[1]*Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Systemzuverlässigkeit, Adaptronik und Maschinenakustik SAM, Magdalenenstr. 4, 64289 Darmstadt*

[2]*Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF, Bartningstraße 47, 64289 Darmstadt*

E-Mail: nikolai.kleinfeller@sam.tu-darmstadt.de

Einleitung

Die Strukturintensität (STI) beschreibt den Energiefluss des Körperschalls innerhalb einer schwingenden Struktur. Die genaue Kenntnis von Betrag und Richtung der STI erweitert das dynamische Verständnis über eine Struktur. Die STI wird in der Regel im Postprocessing einer Finite-Elemente-Simulation (FE) aus den Schnittkräften und –momenten sowie den Geschwindigkeiten gewonnen, wenn eine dünnwandige Struktur mit einer Schalenmodellierung zu Grunde liegt [1]. In der Literatur sind, bis auf wenige Ausnahmen, hauptsächlich Analysen der STI für monolithische Strukturen durchgeführt worden. In der Praxis sind Maschinenbaustrukturen jedoch häufig aus mehreren einzelnen Bauteilen zusammengesetzt, die über Verbindungselemente, wie beispielsweise Schrauben oder Schweißnähte, verbunden sind. In der Literatur wird der Bereich der Kopplung zwischen Bauteilen als Fügestelle bezeichnet. Petuelli [2] beschreibt eine Fügestelle allgemein als ein masseloses Element, das Körperschall zwischen zwei Bauteilen überträgt. Es ist also davon auszugehen, dass die STI und der Energiefluss von den Eigenschaften einer Fügestelle abhängt. Khun et al. [3] haben bereits erste Untersuchungen für eine Berechnung der STI in dünnwandigen Strukturen mit räumlich verteilten und diskreten Feder-Dämpfer-Elementen durchgeführt. In ihren Ergebnissen kann bereits der Einfluss eines lokalen dissipativen Elements mit viskoser Dämpfung auf den Energiefluss belegt werden. Darauf aufbauend werden numerische Untersuchungen durchgeführt, welche die Schraubenverbindungen vereinfacht als diskrete und räumlich verteilte Feder-Dämpfer-Elemente abbilden. Nichtsdestotrotz fehlt in dieser Arbeit noch die exakte Modellierung der vollständigen Fügestelle hinsichtlich der Steifigkeits- und Dämpfungsverteilung zwischen den beiden untersuchten Plattenteilen. Ziel dieses Beitrags ist daher die Berechnung und die Analyse der STI einer gefügten dünnwandigen Maschinenstruktur, wobei die Eigenschaften einer Fügestelle im Rahmen der FE-Simulation berücksichtigt werden.

Strukturintensität

Pavić [4] definiert den STI-Vektor im Zeitbereich

$$\mathbf{I}(t) = (I_x \quad I_y \quad I_z)^T = -\mathbf{S}(t)\mathbf{v}(t) \tag{1}$$

als Produkt aus Spannungstensor **S** und dem Vektor der Schnelle **v.** Für einen eingeschwungenen Zustand im Frequenzbereich liegt ein komplexer STI-Vektor

$$\underline{\mathbf{I}}(f) = -\frac{1}{2}\underline{\mathbf{S}}(f)\,\underline{\mathbf{v}}^*(f) \tag{2}$$

vor. Für weitere Analysen der STI wird in der Regel nur der Realteil $\mathbf{I}_\mathrm{a}$ des komplexen STI-Vektors betrachtet. Der Realteil des STI-Vektors wird auch als aktive STI oder als Energiefluss bezeichnet. Für ein Schalenmodell kann die STI über die Schalendicke integriert werden, sodass sich

$$\underline{\mathbf{I}}' = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \underline{N}_x\underline{v}_x{}^* + \underline{N}_{xy}\underline{v}_y{}^* + \cdots \\ \underline{N}_y\underline{v}_y{}^* + \underline{N}_{yx}\underline{v}_x{}^* - \cdots \\ \ldots\ \underline{M}_x\underline{\dot{\varphi}}_y{}^* - \underline{M}_{xy}\underline{\dot{\varphi}}_x{}^* + \underline{Q}_x\underline{v}_z{}^* \\ \ldots\ \underline{M}_y\underline{\dot{\varphi}}_x{}^* + \underline{M}_{yx}\underline{\dot{\varphi}}_y{}^* + \underline{Q}_y\underline{v}_z{}^* \end{bmatrix} \tag{3}$$

ergibt. $\underline{N}_x, \underline{N}_y, \underline{N}_{xy}, \underline{M}_x, \underline{M}_y, \underline{M}_{xy}, \underline{Q}_x, \underline{Q}_y$ sind die Schnittkräfte und -momente der Schale. Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik kann die Leistungsbilanz [1]

$$\oint_s \mathbf{I}'_\mathrm{a}\,\mathbf{n}\,\mathrm{dS} = P_\mathrm{zu} - P_\mathrm{diss}. \tag{4}$$

für einen Schalenbereich mit der Kantenläge S aufgestellt werden. Die Integration der STI entlang des Ringintegrales muss der Differenz aus zugeführter Leistung P_zu und dissipierter Leistung P_diss entsprechen. Auf Basis der Leistungsbilanz können bereits folgende Schlüsse gezogen werden: Strukturbereiche ohne zugeführte Eingangsleistung und mit hoher lokaler Dissipation führen zu einer hohen Divergenz der STI, also einem großen räumlichen Gradienten. Bereiche mit sehr geringer oder keiner Energiedissipation werden von der Schwingungsenergie nur durchflossen, ohne das Leistung dissipiert wird. Weiterhin kann nur Energie zwischen zwei Fügepartnern übertragen werden, wenn diese auch unmittelbar in Kontakt sind und kein lokales Klaffen in der Fügestelle auftritt. Soll die exakte Vorhersage der STI und des Energieflusses mithilfe eines numerischen Modells gelingen, so muss auch die Dämpfungsverteilung in den Fügestellen im numerischem Modell abgebildet werden.

Modellbildung

Die FE-Formulierung der akustischen Wellengleichung im Frequenzbereich führt auf die Gleichung

$$(\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{M} + i\Omega\mathbf{B})\,\mathbf{u} = \mathbf{f}. \tag{5}$$

Dabei sind **K**, **M** und **B** jeweils die Steifigkeits-, Massen- und Dämpfungsmatrix. Die Anregung wird auf der rechten Seite der Gleichung durch den Lastvektor **f** ausgedrückt. Die Unbekannten des Gleichungssystems sind der Verschiebungsvektor **u** und seine Komponenten.

Abbildung 1 zeigt das allgemeine Vorgehen für die Berechnung der STI auf Basis einer FE-Simulation. Im Modellaufbau werden zunächst die Massen-, Steifigkeits- und Dämp-

fungsmatrizen konstruiert und das Gesamtgleichungssystem aufgestellt. Anschließend erfolgt eine numerische Modalanalyse des ungedämpften Systems, wobei die Eigenfrequenzen und zugehörigen Eigenformen identifiziert werden. Abschließend wird das Betriebsschwingungsverhalten durch eine harmnoische Analyse bestimmt werden. Gleichung (3) kann anschließend für jede Frequenz gelöst werden. Dazu werden die notwendigen Schnittkräfte und -momente sowie die Geschwindigkeiten aus der FE-Simulation exportiert und ein STI-Vektor für jedes finite Element berechnet.

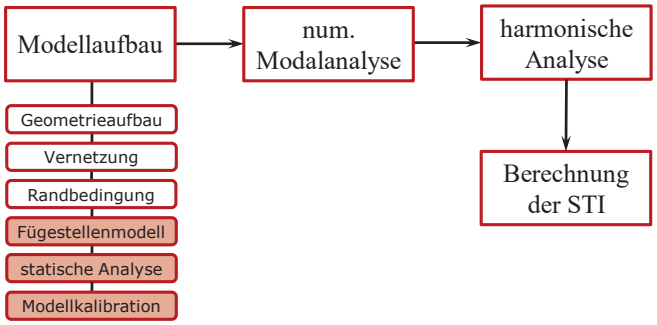

Abbildung 1: Vorgehen bei der Berechnung der STI auf Basis einer FE-Simulation

Der Einfluss einer Fügestelle auf das strukturdynamische Verhalten des Gesamtsystems muss bereits im Modellaufbau berücksichtigt werden. Im Rahmen des Modellaufbaus werden in Abhängigkeit vom gewählten Elementtyp die Steifigkeits- und die Massenmatrix ermittelt. Sind mehrere Bauteile miteinander verbunden, so müssen auch die Freiheitsgrade im Bereich der Fügestelle innerhalb der Gesamtsteifigkeitsmatrix berücksichtigt werden. Ähnliches gilt für die Konstruktion der Gesamtdämpfungsmatrix **B**. Ein Fügestellenmodell muss die physikalische Phänomenologie der Kraftübertragung bei der Berührung rauer Oberflächen beschreiben. Dabei sind die Einflüsse auf die Steifigkeit und auch die Dämpfung zu berücksichtigen. Auf Basis von vergangenen Untersuchungen sind bereits eine Vielzahl von möglichen Modellen entwickelt worden. Im Rahmen von strukturdynamischen Untersuchungen sind grundsätzlich Berechnungen im Zeit- und im Frequenzbereich möglich. Im Zeitbereich können die nichtlinearen vom Fugendruck abhängigen Kontaktgesetze direkt implementiert werden, wobei nach Niehues [5] bereits durch geringen Aufwand bei der Kalibration der Modelle eine gute Vorhersage des Schwingungsverhaltens erzielt werden kann. Für Berechnungen im Frequenzbereich müssen die Modelle zunächst im Arbeitspunkt linearisiert werden, damit mathematisch eine Lösung erhalten werden kann. Ein solches Vorgehen wird beispielsweise von Bittner [6] und Sharma [7] durchgeführt, womit quasi-lineare Fügestellenmodelle implementiert werden. Für die Anwendung von STI-basierten Auslegungsmethoden, z. B. von Hering [1], ist in der Regel eine räumliche Auflösung der STI im Frequenzbereich notwendig. Aus diesem Grund ist eine Berechnung im Frequenzbereich zunächst vorzuziehen. Weiterhin ist bekannt, dass eine Berechnung der STI mithilfe von modaler Superposition zu Konvergenzproblemen führt [1], sodass die direkte Lösung des Gesamtgleichungssystems (5) gewählt wird. Aus diesem Grund bietet sich die von Bittner [6] entwickelte Modellierung für verschraubte Fügestellen an und lässt sich direkt in die in Abbildung 1 gezeigte Vorgehensweise implementieren (rot hinterlegte Schritte). In neuesten Untersuchungen zeigt Sharma [7] zusätzlich, dass nicht nur die Größe, sondern auch die Position der maximalen Dissipation abhängig vom Fugendruck und von den Kontakteigenschaften ist. Aus diesen Gründen wird in diesen Untersuchungen eine knotenweise Kopplung der FE-Netze im Bereich der Fügestelle nach Sharma [7] gewählt. Es wird ein quasi-lineares Kontaktmodell implementiert, welche eine vom Fugendruck abhängige heterogene Steifigkeits- und Dämpfungsverteilung der Fügestelle abbildet. Ein solches Modell wird als Damped-Pressure Dependent Joint (D-PDJ) bezeichnet. Abbildung 2 zeigt das prinzipielle Konzept eines solchen Ansatzes.

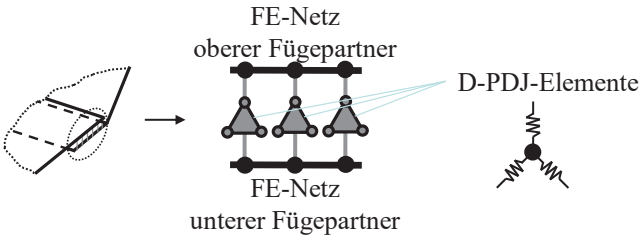

Abbildung 2: Modellierung der Fügestelle mithilfe von D-PDJ-Elementen in Anlehnung an Sharma [7]

Dabei werden die FE-Netze der beiden Fügepartner knotenweise mittels diskreter linearer Kelvin-Voigt-Elemente gekoppelt. Um eine Kraftübertragung in alle drei Raumrichtung sicherzustellen, werden für jede Kopplung drei Kelvin-Voigt-Elemente in den entsprechenden Richtungen implementiert. Die einzelnen Kelvin-Voigt-Elemente werden zunächst mit Initialwerten auf Basis von Literatur- und Erfahrungswerten parametriert. Anschließend kann in einer statischen FE-Simulation die Verteilung des Fugendrucks in die Fügestelle berechnet werden. Auf Basis eines Exponentialgesetzes wird die Normalensteifigkeitsdichte

$$K_\mathrm{N} = \lambda\, p_\mathrm{N1} \tanh\left(c_k \frac{p_\mathrm{N}}{p_\mathrm{N1}}\right) \tag{6}$$

ermittelt. Dabei ist λ der Krümmungsparameter, p_N1 der Sättigungsdruck in der Fügestelle und p_N ist der lokal in der Fügestelle vorhergesagte Fugendruck. c_k ist ein Glättungsparameter und wird zu 0,83 gesetzt. Die Tangentialsteifigkeitsdichte K_T

$$K_\mathrm{T} = \beta_0 K_\mathrm{N} \quad \text{mit} \quad \beta_0 = 4G^*(E^*)^{-1} \tag{7}$$

wird unmittelbar auf Basis der Normalensteifigkeitsdichte ermittelt. Der Kopplungsfaktor ist von den einzelnen Materialien der Fügepartner abhängig und wird aus den Verhältnissen von E-Modul E^* und Schubmodul G^* berechnet. Sharma [7] beschreibt auf Basis umfangreicher Untersuchungen die Dissipationsverteilung für eine verschraubte Fügestelle mithilfe einer Rayleigh-Verteilung. Der lokale Verlustfaktor der Fugendissipation

$$\eta_\mathrm{lok} = \left(\frac{p_\mathrm{N}}{P_\mathrm{m}}\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{p_\mathrm{N}}{P_\mathrm{m}}\right)^2\right)\chi \tag{8}$$

lässt sich damit in Abhängigkeit vom Fugendruck p_N angeben und wird über eine komplexe Federsteifigkeit in das Modell implementiert. Der Parameter

$$P_{\mathrm{m}} = \frac{\overline{p_{\mathrm{N}}}}{p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{lok}}} \tag{9}$$

ist durch das Verhältnis des arithmetischem Mittelwert $\overline{p_{\mathrm{N}}}$ des Fugendrucks über die gesamte Kontaktfläche zu einem Ortsparameter $p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{lok}}$ definiert. Für $p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{lok}} = 1$ befindet sich der Ort der maximalen Dissipation direkt am Ort des arithmetischen Mittelwerts des Fugendrucks. χ ist ein Skalierungsfaktor. Die genaue Herleitung der Gleichungen (6) bis (9) kann detailliert in [7] nachvollzogen werden. Das D-PDJ-Modell ist nicht allgemeingültig und mit einigen Annahmen verknüpft. So wird vorausgesetzt, dass in der Fügestelle kein makroskopisches Gleiten auftritt. Des Weiteren berücksichtigt das Modell nur die Eigenschaften eines trockenen Kontakts. Durch die Implementierung eines D-PDJ-Modells mit linearen Kelvin-Voigt-Elementen kann die direkte Lösung des Gleichungssystems (5) ermittelt werden.

Numerische Studie an einer Plattenstruktur

Für die numerische Studie wird das repräsentative Modell einer Plattenstruktur verwendet. Die Plattenstruktur besteht, wie Abbildung 3 zeigt, aus einer ebenen und einer gewinkelten Platte. Die in Abbildung 3 definierten Geometrieparameter sind in Tabelle 1 aufgeführt. Beide Fügepartner sind aus Aluminium und besitzen die Materialeigenschaften, die in Tabelle 2 aufgelistet sind. Die äußeren Ränder der Plattenstruktur sind gelenkig gelagert.

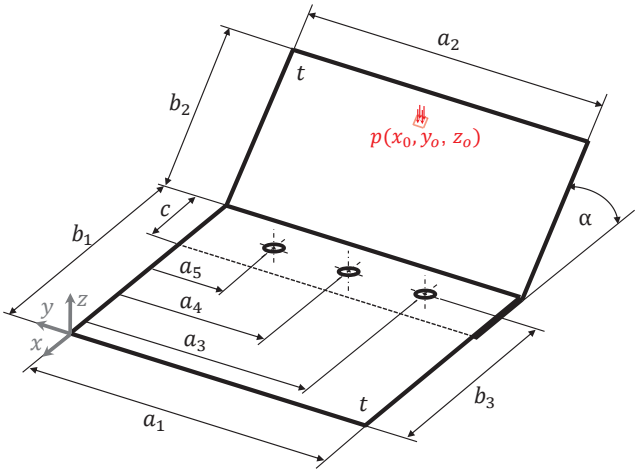

Abbildung 3: Modell zweier gefügter Platten

Tabelle 1: Modellparameter in Bezug zu Abbildung 3

Symbol	Wert	Symbol	Wert
$a_1 = a_2$	$2{,}4 \cdot 10^{-1}$ m	b_1	$2 \cdot 10^{-1}$ m
a_3	$1{,}8 \cdot 10^{-1}$ m	b_2	$1{,}8 \cdot 10^{-1}$ m
a_4	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$ m	b_3	$1{,}7 \cdot 10^{-1}$ m
a_5	$6 \cdot 10^{-2}$ m	t	$5 \cdot 10^{-3}$ m
x_0	$-2{,}63 \cdot 10^{-1}$ m	y_0	$-1{,}2 \cdot 10^{-1}$ m
z_0	$6{,}05 \cdot 10^{-2}$ m	α	45°
$\hat{p}$	10^{-1} Nm^{-2}	c	$6 \cdot 10^{-2}$ m

Beide Plattenteile überlappen sich in einem 6 cm breiten Bereich und werden über drei identische Schraubenverbindungen gefügt. Dabei wird eine Innensechskantschraube M6x25 (Festigkeitsklasse 8.8) vorgesehen. Die erforderliche Durchgangsbohrung ist in der Geometrie der Einzelplatten berücksichtigt. Es wird angenommen, dass die drei Schraubenverbindungen bei der Montage identisch angezogen werden und somit eine Schraubenvorspannkraft F_{V} von $9 \cdot 10^3$ N resultiert.

Tabelle 2: Materialparameter der einzelnen Platten

Bezeichnung	Nomenklatur	Wert	Einheit
E-Modul	E	$7 \cdot 10^{10}$	Nm^{-2}
Poissonzahl	μ	0,33	–
Dichte	ρ	2700	kgm^{-3}
Verlustfaktor	η	$1 \cdot 10^{-4}$	–

Die FE-Simulationen werden mit der Software ANSYS (R19.2) durchgeführt. Die einzelnen Platten werden zunächst mit quadratischen 8-Knoten-Schalenelementen (SHELL281) [8] vernetzt. Die Elementgröße von $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m ist so gewählt, dass die bekannten Regeln für eine ausreichende Anzahl von Elementknoten pro Biegewellenlänge eingehalten werden. Die Modellbildung der Schraubenverbindungen erfolgt mit einem vereinfachten Modell in Anlehnung an die Arbeiten von Bittner [6]. Dabei wird die Krafteinleitung der Schraubenvorspannkräfte in die Struktur über zwei Pilotknoten abgebildet, die mit zusätzlichen Zwangsbedingungen (Force-Distributed-Constraint) [8] mit dem FE-Netz der Platten gekoppelt werden. Die Schraubenmasse ist auf zwei Punktmassen reduziert. Im Unterschied zu den Arbeiten von Bittner [6] erfolgt in diesem Modell die Lasteinleitung der Schraubenvorspannkräfte nicht nur über die FE-Knoten die unmittelbar auf der Kante der Durchgangsbohrung liegen, sondern es werden alle Knoten in einem kreisförmigen Bereich um die Durchgangsbohrung mit dem Durchmesser der Kopfauflage einer M6x25 Schraube ausgewählt.

Zur Modellierung der Fügestelle zwischen den beiden Platten werden knotenweise D-PDJ-Elemente in Form von linearen Kelvin-Voigt-Elementen (COMBIN14) [8] eingefügt. Die Parametrisierung der einzelnen Elemente vor der statischen Analyse erfolgt mit den in Tabelle 3 definierten Modellparametern auf Basis der Literaturwerte von Sharma [7].

Tabelle 3: Fügestellenparameter der Plattenstruktur

Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Krümmungsparameter	λ	$2 \cdot 10^6$	m^{-1}
Sättigungsdruck	p_{N1}	$1 \cdot 10^6$	Nm^{-2}
Kopplungskonstante	β_0	0,79	–
Ortsparameter	$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{lok}}$	1	–
Skalierungsfaktor	χ	1	–
Vorspannkraft	F_{V}	$9 \cdot 10^3$	N

Nach der Durchführung der statischen Analyse und der Ermittlung der Fugendruckverteilung werden die Modellparameter jedes einzelnen D-PDJ-Elements in der Fügestelle, entsprechend der Gleichungen (6) bis (9) kalibriert. Abbildung 4 und Abbildung 5 stellen die Verteilung der lokalen Fugensteifigkeitsdichte und der lokalen Fugendissipationsdichte dar. An dieser Stelle ist zu erwähnen, dass die Ergebnisse in der Regel an den FE-Knoten vorliegen und nur aus Visualisierungsgründen auf die entsprechenden Elemente

umgerechnet werden. Wie Abbildung 4 zeigt, ergibt sich erwartungsgemäß aufgrund des Fugendrucks eine lokale sehr hohe Fugensteifigkeit unmittelbar unterhalb der Kopfauflage. Dem gegenüber zeigt die in Abbildung 5 dargestellte Fugendissipationsdichte, dass das Maximum der lokalen Dissipation in weiterer Entfernung zur Schraubenachse auftritt.

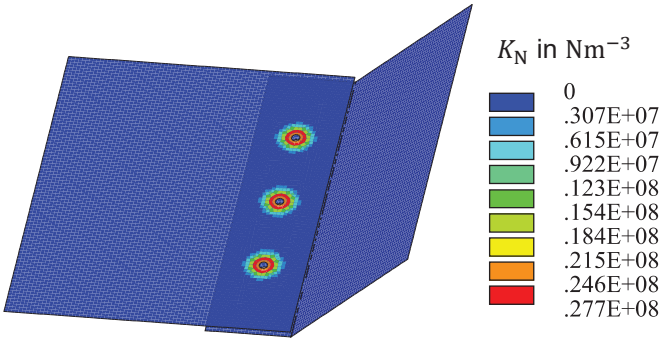

Abbildung 4: lokale Fugensteifigkeitsdichte im Bereich der Schraubenverbindung

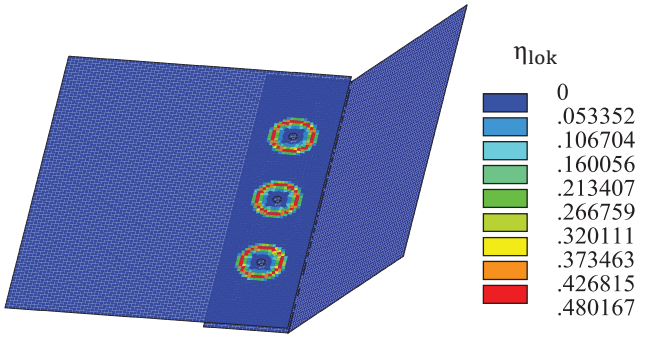

Abbildung 5: lokale Fugendissipationsdichte im Bereich der Schraubenverbindung

Ergebnisse der STI-Berechnung

Auf der Basis der Ergebnisse der harmonischen Analyse wird die STI über Gleichung (3) bestimmt. Abbildung 6 zeigt die aktive STI bei einer Frequenz von 1185,18 Hz.

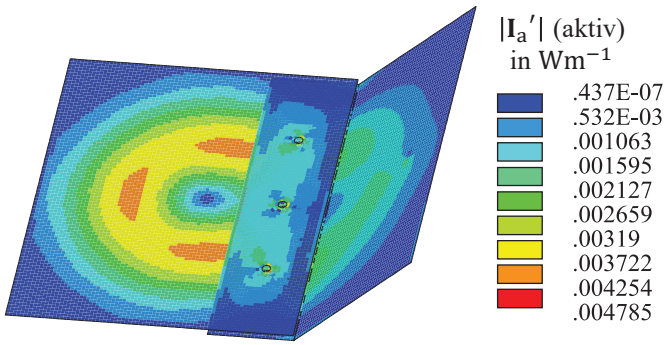

Abbildung 6: aktive STI bei einer Frequenz von 1185,18 Hz

Die Energie wird auf der rechten Plattenhälfte an der Position der Anregungskraft in die Struktur eingebracht. Anschließend breitet die Energie sich über die Struktur bis in die linke Plattenhälfte aus. Es zeigt sich, dass die Energie nur im Bereich um die Schraubenverbindung übertragen wird. In einer weiteren Studie wird die Schraubenvorspannkraft zu null gesetzt. Auf diese Weise findet kein Kontakt der beiden Plattenteile statt, sodass, wie Abbildung 7 zeigt, über die Fügestelle keine Energie übertragenen werden kann.

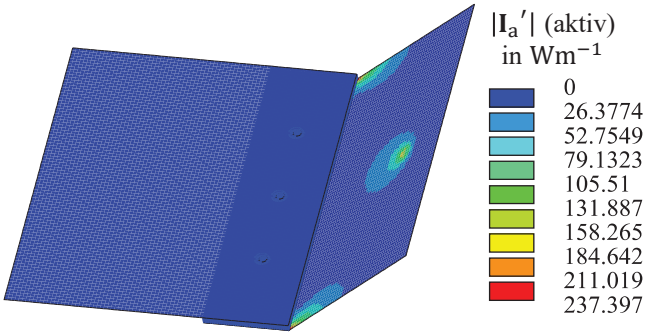

Abbildung 7: aktive STI bei einer Frequenz von 1223,66 Hz

Schlussfolgerung

Im Rahmen dieses Beitrags wird ein etabliertes Modell für eine verschraubte Fügestelle aus der Literatur implementiert. Eine anschließende STI-Analyse zeigt den Einfluss auf die Energieübertragung in der Fügestelle. Im nächsten Schritt sind experimentelle Arbeiten notwendig, um die gewählte Modellbildung der Fügestellen zur validieren. Der direkte Vergleich mit experimentell ermittelten STI-Verläufe soll zeigen, ob die STI in der FE-Simulation mit dem verwendeten Fügestellenmodell vorhergesagt werden kann.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei Herrn Gerhard Kawabe-Lux für die Implementierung der Fügestellenmodelle in ANSYS.

Literatur

[1] Hering, T.: Strukturintensitätsanalyse als Werkzeug der Maschinenakustik, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 2012.

[2] Petuelli, G.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften normalbelasteter Fügestellen. Dissertation, RWTH Aachen, Aachen, 1983.

[3] Khun, M. S., Lee, H. P., Lim, S. P.: Structural intensity in plates with multiple discrete and distributed spring-dashpot systems, Journal of Sound and Vibration, 276(3–5), 2004, S. 627-648.

[4] Pavić, G.: Structure-borne energy flow, in: Handbook of noise and vibration control (Hrsg. M. J. Crocker), John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, 2007.

[5] Niehues, K.: Identifikation linearer Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinenstrukturen, Dissertation, Technische Universität München, München, 2016.

[6] Bittner, U.: Strukturakustische Optimierung von Axialkolbeneinheiten, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, 2012.

[7] Sharma, A.: Modelling of contact interfaces using non-homogeneous discrete elements to predict dynamical behaviour of assembled structures, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 2017.

[8] ANSYS 19.2 Documentation, Mechanical APDL, 2020.