

Fourierbasierte eindimensionale akustische Holographie zur Berechnung des Schallfelds von Lautsprechern

Stephan Herzog¹

¹ AG Digitale Signalverarbeitung, TU Kaiserslautern, 67663 Kaiserslautern, Email:herzog@eit.uni-kl.de

Einleitung

Moderne Lautsprecherarrays profitieren von zunehmender Leistungsfähigkeit der digitalen Signalverarbeitung, die Strahlformung und Strahlsteuerung mit immer größerer Präzision und für weitere Einsatzbereiche ermöglicht.

Damit gewinnen auch Methoden, die Abstrahlcharakteristik zu messen zunehmend an Bedeutung. Um aufwändige Messungen im Fernfeld zu vermeiden, wurden einige Verfahren [1], [2] entwickelt, die eine Messung im Nahfeld ermöglichen. Aus den Daten der Nahfeldmessung kann dann die Abstrahlung im Fernfeld mit verschiedenen Ansätzen berechnet werden. Klippel [1] verwendet eine 3D-Scan-Technik in Verbindung mit sphärischen Harmonischen, um ein dreidimensionales, parametrisches Modell eines Lautsprechers zu erhalten. Start [2] verwendet den aus der Theorie zur Wellenfeldsynthese [4], [3] stammenden 2,5D-Rayleigh-Ansatz zur Berechnung des Fernfelds in einer Ebene vor dem Lautsprecher. Die Ebene wird von der Hauptabstrahlrichtung und der Längsachse des Lautsprechers aufgespannt. Die genannten Ansätze können abhängig von der räumlichen Auflösung, die u.a. von der oberen Grenzfrequenz der Analyse abhängt, sehr rechenaufwändig sein

In diesem Artikel stellen wir eine Methode zur Berechnung des Fernfelds vor, die auf Methoden der Fourierakustik basiert. Die benötigte Rechenzeit wird bei gleicher räumlicher Auflösung gegenüber den anderen Verfahren deutlich verkürzt.

Fourier-basierte akustische Holographie

Die Fourier-basierte akustische Holographie wurde von Maynard und Williams eingeführt [5] und findet viel Beachtung in der Literatur, z.B. [6], [7], [8]. In den meisten Fällen werden Anordnungen betrachtet, bei denen mit Hilfe zweidimensionaler Messungen Schalldrücke in einer Ebene über einer schwingenden Fläche gemessen und die Berechnung des Schwingungsmusters auf der Oberfläche mit dem Ansatz von ebenen Wellen durchgeführt wird. Dies wird üblicherweise als Nahfeldholographie (NAH) bezeichnet und ist im Kontext der Fourierakustik als inverses Problem bekannt.

Akustische Holografie kann auch zur Extrapolation des Schallfelds über die Messebene hinaus verwendet werden. Fleischer [7] zeigt dazu einige Beispiele für zweidimensionale Messungen und dreidimensionale Schallfelder. In vielen Fällen, zum Beispiel in der Entwicklungsphase eines Zeilenlautsprechers kann es ausreichend sein, die Ab-

strahlcharakteristik nur zweidimensional zu erfassen.

Fourierakustik zur Extrapolation von Schallfeldern

Williams betrachtet zur Herleitung der Fourierakustik die Schalldruckverteilung $p(x, y, z)$ in einem quellfreien Halbraum $z > 0$. Der Schalldruck kann als Überlagerung von Ebenen Wellen mit unterschiedlichen Richtungen, Amplituden und Phasen als

$$p(x, y, z) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} P(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)}. \quad (1)$$

beschrieben werden. Dabei ist $P(k_x, k_y, k_z)$ ein komplexer Gewichtungsfaktor und $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ ist die Wellenzahl, die mit der zeitlichen Frequenz f als $k = \frac{2\pi f}{c}$ definiert ist. Betrachtet man k_x und k_y als unabhängig, dann ist k_z nicht mehr frei wählbar. Die komplexe Exponentialfunktion stellt den Ausbreitungsterm einer ebenen Welle dar. Für eine Ebene $z = 0$ beschreibt der Ausdruck

$$p(x, y, z = 0) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} P(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)}. \quad (2)$$

die Schalldruckverteilung, der formal einer diskreten, inversen, zweidimensionalen Fouriertransformation entspricht. $P(k_x, k_y)$ ist die Fouriertransformierte der Schalldruckverteilung $p(x, y, z = 0)$ und ist somit das Druckspektrum im Wellenzahlbereich.

Ausgehend vom Druckspektrum $P(k_x, k_y)$ lässt sich die Extrapolation des Schallfelds für Ebenen in beliebigen Abständen $z_i > 0$ zu einer Messebene $z = 0$ einfacher berechnen als im Ortsbereich und der Ausdruck zur Extrapolation eines Schallfelds wird durch die Beschreibung im Druckspektrum sehr kompakt. Um den Schalldruck in einer Ebene $z = z_1$ ausgehend vom Schalldruck in einer Ebene $z = z_0$ zu bestimmen, muss lediglich

$$P(k_x, k_y, z_1) = P(k_x, k_y, z_0) e^{jk(z_1 - z_0)}, \quad (3)$$

berechnet werden. Diese Funktion kann wie in [7] als zweidimensionale, abstandsabhängige Übertragungsfunktion

$$G_{pp} = e^{jk_z(z_1 - z_0)}. \quad (4)$$

interpretiert werden. Der Vorgelegte Ansatz ist für zweidimensionale Quell-Schalldruckverteilungen gültig und verwendet ebene Wellen als Basisfunktionen. Ein Unterschied zu Ansätzen wie der Überlagerung von Punktquellen ist, dass Schalldrücke immer in einem rechteckigen Gebiet einer Ebene berechnet werden und nicht in beliebigen einzelnen Punkten im Raum.

Eindimensionale Fouriertransformation zur Berechnung der Abstrahlcharakteristik

Zur Anpassung der Extrapolation des Schallfelds wird ein Korrekturfaktor g eingeführt, der die unterschiedlichen Ausbreitungseigenschaften von ebenen Wellen und Wellen, die von linearen Strahlern abgestrahlt werden, berücksichtigt. Im Gebiet der Wellenfeldsynthese (WFS) ist eine ähnliche Problemstellung gegeben. Dort werden eindimensionale, horizontale Zeilenlautsprecher zur Erzeugung eines dreidimensionalen Schallfelds verwendet, anstatt der eigentlich notwendigen Flächenlautsprecher. In Arbeiten zur WFS wurden daher verschiedene Ansätze zur Lösung dieses Problems erarbeitet, z.B. von Vogel [3] und Start [4]. Die durch geometrische Betrachtungen bestimmten Lösungen werden als 2,5 D-Lösungen bezeichnet. Der Korrekturfaktor ist

$$g = \sqrt{\frac{\Delta z}{z_1 - z_0}}, \quad (5)$$

wobei Δz der Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher und z_i der Abstand in z-Richtung zwischen Mikrofon und Linie auf der der Schalldruck berechnet wird, sind. Dieser Korrekturfaktor kann auf Grund der gleichen geometrischen Anordnung auch in der FFT-basierten Berechnungsmethode angewendet werden. Start verwendet diese Lösung ebenfalls in der Lautsprechermesstechnik. Die Übertragungsfunktion G_{pp} wird mit Einbeziehung von g zu

$$G_{ppg} = g e^{jk(z_1 - z_0)}. \quad (6)$$

Lautsprechermessung im Nahfeld

Die Messung eines Zeilenlautspechters mit Positionierung des Mikrofons in geringem Abstand zur Frontseite des Lautspechters hat gegenüber konventionellen Messansätzen den Vorteil, dass keine spezielle, kontrollierte akustische Umgebung benötigt wird. Durch den geringen Abstand weist der Direktschall sehr viel höhere Pegel auf, als die Reflexionen im Raum und sonstige Störgeräusche, was zu einem guten Signal-Störverhältnis führt. Auch Einflüsse durch Effekte wie Temperaturänderungen und Luftbewegung, die zu Fehlern in der gemessenen Phase führen können, werden so reduziert [1].

Bei unserem Aufbau ist das Mikrofon an einem Galgen montiert, der auf einer Grundschiene, die parallel zum Lautsprecher orientiert ist, über einen PC-gesteuerten Schrittmotor bewegt werden kann. Dadurch wird eine präzise Bewegung und Positionierung des Mikrofons sichergestellt und automatisierte Testabläufe aus Matlab oder Python heraus sind möglich.

Der Aufbau des Systems ist in Abbildung 1 dargestellt. Die x, z -Ebene, in der der Schalldruck berechnet wird, ist mit einer angedeuteten Abstrahlcharakteristik hervorgehoben. Mit dem beschriebenen Aufbau wird der Schalldruck an vielen Punkten auf einer Linie vor dem Lautsprecher gemessen. Bei dieser räumlichen Abtastung ist das Abtasttheorem zu beachten [10]. Um Aliasing zu vermeiden, müssen mindestens zwei Abtastwer-

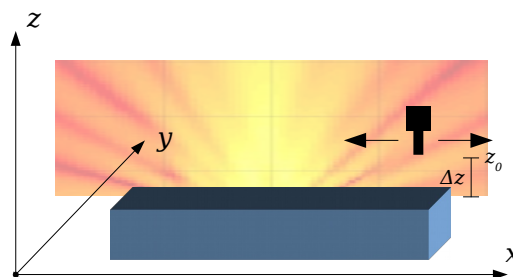


Abbildung 1: Geometrie des Messaufbaus.

te pro Wellenlänge aufgenommen werden. Für den Abstand Δx zweier benachbarter Messpunkte muss somit $\Delta x < \lambda_{min}/2$ bzw. $\Delta x < c/(2f_{max})$ erfüllt sein. Für eine obere Grenzfrequenz von $f_{max} = 20$ kHz ist der Höchstabstand zweier Messpunkte somit 8,5 mm bzw. es werden ca. 118 Messpunkte pro Meter (ppm) benötigt.

Implementierung der Schallfeldberechnung

Ausgangspunkt der Berechnung ist der Vektor mit den gemessenen komplexen Schalldrücken

$$p = \{p(0), p(1), \dots, p(nw - 1)\}, \quad (7)$$

der an nw Messpunkten auf einer Linie mit Abstand Δz zum Lautsprecher aufgenommen wurde. Der Abstand der Messpunkte ist Δx .

Da normalerweise die Auflösung der Messung größer ist als die Analyseauflösung, wird der Vektor p im ersten Schritt auf die Auflösung ppm der Analyse unterabgetastet, die von der oberen Grenzfrequenz f_{max} bestimmt ist. Für $f_{max} = 20$ kHz ist $ppm = 128$ ein praktikabler Wert. Durch die Änderung des Abtastasters wird auch das Messraster unabhängig vom Analyseraster. Die Anzahl der resultierenden Punkte ist dann $ppm \cdot L$, wobei L die Länge des Messbereichs ist. Der Messbereich ist üblicherweise etwas größer als die Länge des Lautspechters um eine größere Apertur zu erhalten. Es gilt somit

$$p_1 = \{p_1(0), p_1(1), \dots, p_1(ppm \cdot L - 1)\} \quad (8)$$

Abbildung 2 zeigt den Schritt der Unterabtastung von nw Messpunkten $p(i)$ auf $ppm \cdot L$ Messpunkte $p_1(i)$. Mit dem Ansatz der Fourierakustik wird der Schalldruck immer auf Linien gleicher Länge l_x berechnet. Dieser Analysebereich entspricht z.B. einer Abmessung eines Raumes wird und mit $N = ppm \cdot xwidth$ Punkten aufgelöst. Dazu wird im nächsten Verarbeitungsschritt $p_1(i)$ mit Nullen ergänzt, um ihn in den Analysebereich einzupassen, wodurch man den Vektor $p_2(i)$ erhält.

$$p_2(i) = \{0, \dots, 0, \dots, p_1(0), \dots, p_1(ppm \cdot L - 1), 0, \dots, 0\} \quad (9)$$

Der letzte Verarbeitungsschritt vor der Berechnung der FFT ist das Anhängen von Nullen (zeropadding) an $p_2(i)$ um Aliasing im Faltungsprodukt mit G_{pp} auf ein angemessenes Niveau zu reduzieren. Dieser letzte Verarbeitungsschritt erzeugt den Vektor

$$p_3(i) = \{p_2(0), \dots, p_2(ppm \cdot L - 1), 0, \dots, 0\} \quad (10)$$

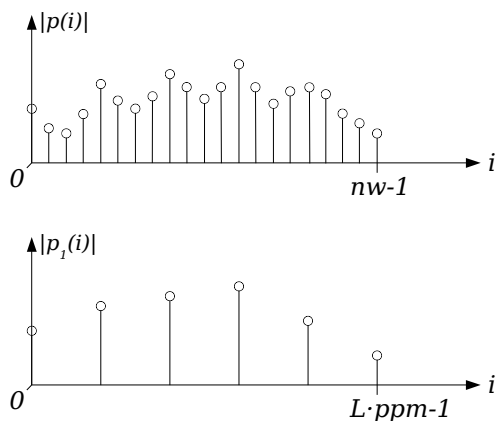


Abbildung 2: Gemessene Schalldrücke $p(i)$ und unterabgetasteter Vektor $p_1(i)$.

der Länge N_{FFT} . In der vorliegenden Anwendung ist die Transformierte von G_{pp} eine unendlich lange, räumliche Impulsantwort (IIR), die mit einem Rechteckfenster in der Länge begrenzt werden muss. Um Aliasing möglichst gering zu halten, sollte das Fenster, entsprechend der Transformationslänge N_{FFT} möglichst groß gewählt werden. In unserem Beispiel wählen wir $N_{FFT} = 32768$. Die letzten beiden Schritte der Vorverarbeitung sind in Abbildung 3 dargestellt. Nach der Vorverarbei-

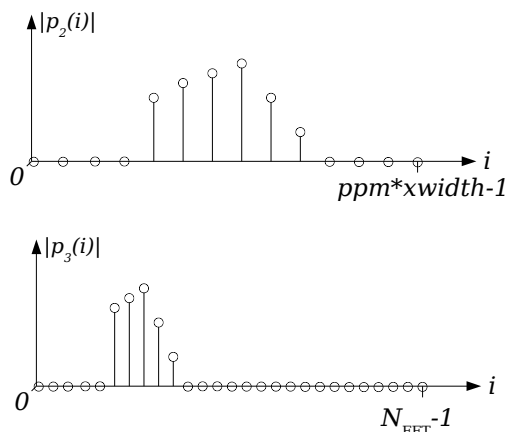


Abbildung 3: Erweiterung des Schalldruckvektors auf die Analysebreite und zero-padding.

tung der Messdaten wird mit der abstandsabhängigen Übertragungsfunktion G_{pp} zeilenweise der Schalldruck berechnet.

Ergebnisse und Diskussion

Der verwendete Lautsprecher ist ein digital steuerbarer Zeilenlautsprecher mit acht einzeln angesteuerten Kanälen und 1 m Länge. Die mitgelieferte Steuersoftware erlaubt das Steuern und Formen der Schallabstrahlung. Das Mikrofon bewegt sich $\Delta z = 15$ mm oberhalb des Abdeckgitters des Lautsprechers und die Messung wird mit bewegten Mikrofon durchgeführt. Dadurch kann die Messung deutlich schneller als mit festen Mikrofonpositionen durchgeführt werden. Die Messpunkte werden dann

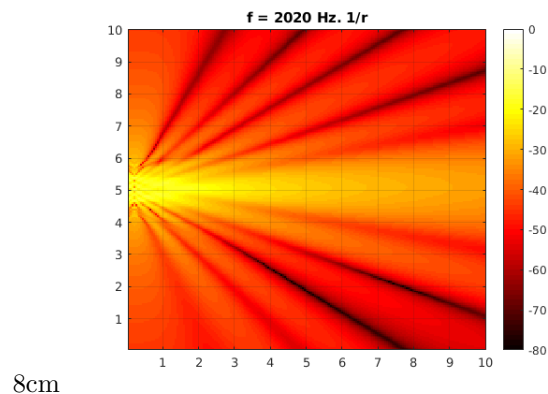


Abbildung 4: Abstrahlcharakteristik berechnet mit der Überlagerung von Punktquellen

durch Integration über Zeitfenster von 12,8 ms Dauer erzeugt, was in unserem Beispiel zu $nw = 1954$ Messpunkten führt. Die Auflösung der Analyse wird auf 800 Punkte in x- und z-Richtung festgelegt, die Länge der Transformation auf $N_{FFT} = 32768$ Punkte für eine Auflösung von $ppm = 128$ Punkte pro Meter.

Ein Vergleich der Fourier-basierten Analyse (Abb. 5) mit der Überlagerung von Kugelwellen (Abb. 4) zeigt, dass die Fourier-basierte Methode vergleichbare Ergebnisse liefert. In Abb. 6 ist der Effekt des eingeführten

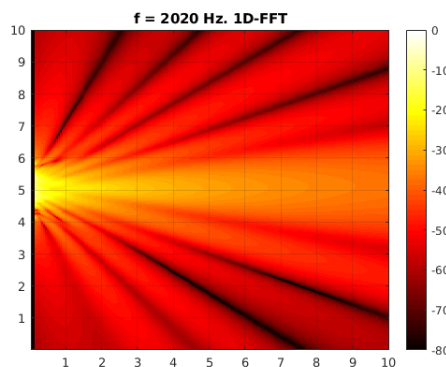


Abbildung 5: Abstrahlcharakteristik berechnet mit FFT. $N_{FFT} = 32768$

Korrekturfaktors g dargestellt. Als zusätzliche Referenz dient eine Berechnung mit der Überlagerung von Punktquellen. Bei diesem Vergleich wird der Schalldruckverlauf in Hauptstrahlrichtung (0 Grad) bei einer Frequenz von 2020 Hz verglichen. Die Auflösung beträgt 800 Punkte und die Distanz reicht von 0 bis 10 m. Mit $g = 1$ nimmt der Schalldruck mit zunehmender Entfernung zum Lautsprecher zu langsam ab. Mit dem Korrekturfaktor wird die Schalldruckabnahme dem realen Verlauf angepasst und entspricht dem Ergebnis der Überlagerung von Punktquellen und der Anzeige der Steuersoftware. Zur besseren Darstellung wurden die berechneten Schalldrücke in einer Entfernung von 2 m zum Lautsprecher normiert.

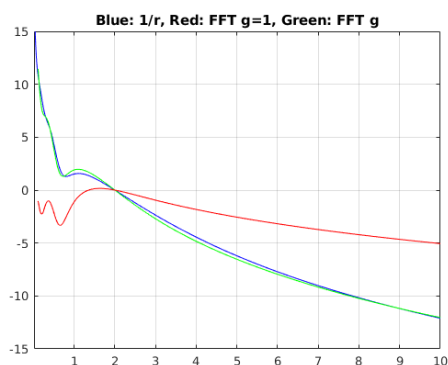


Abbildung 6: Vergleich der Schalldruckpegel über der Entfernung. Blau: FFT mit Korrekturfaktor. Rot: FFT ohne Korrekturfaktor. Grün: Überlagerung von Punktquellen

N	f_{max}	PSS	PSS D	25D D	FFT
100	1715	0.6	0.1	0.14	0.1
200	3430	2.18	0.3	0.47	0.2
400	6860	8.77	1.08	1.73	0.33
800	13720	115*	4.2	6.8	0.63
1600	27440	-	16.3	35*	1.22

Tabelle 1: Benötigte Zeit in Sekunden der verschiedenen berechnungsmethoden für verschiedene Auflösungen von $N \times N$ Punkten bzw. $N \times 1280$ Punkten für die FFT. Die Unterabtastung D erfolgt immer auf 230 Punkte (128 ppm, f_{max} ca. 20 kHz). f_{max} : Obere Grenzfrequenz für eine Fläche von 10×10 m.

Vergleich der Berechnungszeiten

Im folgenden werden Vergleiche der Berechnungszeiten für die Abstrahlcharakteristik für verschiedene räumliche Auflösungen gezeigt. Die Überlagerung von Punktquellen wird in zwei Varianten ausgewertet, einmal mit der vollen Anzahl $nw = 1954$ an Messpunkten (PSS) und einmal mit einer unterabgestasteten Anzahl von 128 Messpunkten (PSS D). Die zweite Methode ist die 2,5D-Rayleigh-Methode (25D D), die nur mit Unterabtastung berechnet wird. Die dritte Methode ist die vorgestellte, FFT-basierte Methode, bei der als Bestandteil der Vorverarbeitung immer eine Unterabtastung auf hier 128 ppm stattfindet. Die FFT-Länge ist $N_{FFT} = 32768$, so dass die entstehenden Aliasing-Artefakte praktisch vernachlässigbar sind.

Die Überlagerung von Punktquellen und die 2,5D-Rayleigh-Methode sind als vektorisierter Matlab-Code implementiert. Die gemessenen Berechnungszeiten wurden auf einem Desktop-PC mit 32 GB RAM, einem Intel Core i7-6700 in Matlab R2018a unter Linux Mint ermittelt. Bei geringen Auflösungen von z.B. $N = 100$ Punkten ist die Berechnungszeit bei allen Algorithmen gering und praktikabel. Mit zunehmenden Auflösungen wächst die Berechnungszeit für die nicht FFT-basierten Algorithmen etwa proportional zu N^2 . Bei einer Auflösung von $N = 800$ ohne Unterabtastung (in der Tabelle mit * markiert) reicht das RAM des PCs nicht mehr aus und die Auslagerung von Daten auf die Festplatte führt zu sehr

langen Berechnungszeiten. Bei $N = 1600$ ist eine Berechnung praktisch nicht mehr möglich, markiert mit (-). Die Berechnungszeiten für die FFT-basierte Methode nehmen ungefähr proportional zu N zu und bleiben auch bei hohen Auflösungen praktikabel. Bei hohen Auflösungen ist diese Methode ungefähr um den Faktor 10 schneller als die Vergleichsmethoden.

Zusammenfassung

Wir haben eine Methode zur Berechnung eines Schallfelds vorgestellt, bei der die Fourier-basierte planare Holografie auf eine lineare Messung angepasst wurde. Die Genauigkeit der Methode ist im Vergleich zu anderen Methoden sehr gut. Die verbleibenden Aliasing-Artefakte können durch die Wahl der Transformationslänge beliebig reduziert werden. Bei hohen räumlichen Auflösungen ist die Berechnungszeit um ein Vielfaches kleiner im Vergleich zu den anderen Methoden. Das macht den Fourier-basierten Ansatz zur bevorzugten Methode bei hohen räumlichen Auflösungen bzw. hohen oberen Grenzfrequenzen.

Literatur

- [1] Wolfgang Klippel and Christian Bellmann, "Holographic nearfield measurement of loudspeaker directivity," in *Audio Engineering Society Convention 141*, Sep 2016.
- [2] Evert Start, "Analysis of dds-controlled loudspeaker arrays by near field acoustic holography," in *Deutsche Jahrestagung für Akustik, DEGA 2002*, 2002.
- [3] Peter Vogel, "Application of wave field synthesis in room acoustics," 1993.
- [4] Evert Start, *Direct Sound Enhancement by Wave Field Synthesis*, Ph.D. thesis, 1997.
- [5] E. Williams J. Maynard and Y. Lee, "Nearfield acoustic holography: I. theory of generalized holography and the development of nah," *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1985
- [6] Earl. G. Williams, *Fourier Acoustics*, 1999.
- [7] Helmut Fleischer, *Beschreibung der Schallstarhlung von ebenen Schwingern mit Hilfe der räumlichen Fourier-Methode*, 1988.
- [8] Ganesh Raman und Ralph T. Muehleisen Kanthasamy Chelliah, "An experimental comparison of various methods of nearfield acoustic holography," *Journal of Sound and Vibration*, 2017.
- [9] Michael Möser, "Ein Beitrag zur Schallquellenrekonstruktion durch akustische Kurzwellen-Holographie," *Acustica*, 1986.
- [10] Rick Scholte, Bert Roozen, and Ines Lopez, "On spatial sampling and aliasing in acoustic imaging," in *Twelfth International Congress on Sound and Vibration*, 2005.