

Experimentelle Untersuchung von Bettungen zur Nachbildung eines unendlichen Biegebalkens

Liesa Zimmermann, Katja Stampka, Ennes Sarradj

Technische Universität Berlin, Fachgebiet Technische Akustik, 10623 Berlin, E-Mail: liesa.zimmermann@gmx.net

Einleitung

Der Bereich Körperschall befasst sich mit der Erzeugung, Übertragung und Abstrahlung von Vibrationsbewegungen in Festkörpern, wie zum Beispiel mit Abrollgeräuschen im Rad-Schiene-Kontakt. [1] Der Versuch, Phänomene wie diese in analytischen Modellen zu beschreiben setzt gewisse Grundannahmen voraus. Beim Beispiel des Rad-Schiene-Kontaktes wird eine unendliche lange Struktur, ein unendlicher Biegebalken, zur Modellierung genutzt. Um analytische Modelle von unendlichen Strukturen verifizieren zu können, ist es notwendig im Experiment auch das Verhalten der unendlichen Struktur nachzubilden. Daher muss die Bettung einer endlichen Struktur derart gestaltet werden, dass Körperschallwellen nicht vom Rand reflektiert werden um somit der Annahme des unendlichen Festkörpers zu entsprechen. [2] Es werden verschiedene Möglichkeiten der Lagerung von endlichen Balken vorgestellt, die die Reflexion von BiegeWellen an den Balkenenden verhindern sollen. Gegenübergestellt werden die Einflüsse von Änderungen der Querschnitte, Lagerung in Sand sowie die Ummantelung mit dämpfenden Stoffen. Die Ergebnisse der Bettungen werden untereinander und mit dem theoretischen Verhalten eines unendlichen Balkens verglichen.

Theorie

BiegeWellen in Balken sind aufgrund der Orthogonalität der Auslenkung zur Wellenfortpflanzungsrichtung und damit auch zur Oberfläche hauptverantwortlich für die Schallabstrahlung. [1] Der Unterschied zwischen endlichen und unendlichen Strukturen liegt darin, dass es in endlichen Strukturen am Rand zur Reflexion der BiegeWelle kommt. Hin- und Rücklaufende BiegeWellen verschiedener Frequenzen und damit auch verschiedener Geschwindigkeiten überlagern sich und bilden dadurch Eigenmoden aus (erkennbar in Abb. 4). In einer unendlichen Struktur gibt es keine Reflexion am Rand und dadurch keine rücklaufenden Wellen, die sich überlagern können. Die Welle bewegt sich einmalig von der Quelle nach außen und klingt im unendlichen ab, wodurch keine Eigenmoden ausgebildet werden können, wie man an der Kennlinie des unendlichen Balkens in Abb. 4 sieht. [2]

Um einen unendlichen Balken durch einen endlichen abzubilden ist es also nötig, die Reflexion der BiegeWellen am Rand zu unterdrücken, damit diese nicht mehr zur Ausbildung von Eigenmoden beitragen können. Dabei können zwei Ansätze verfolgt werden. Zum einen kann der Biegebalken bedämpft werden. Da das Material des Stabes nicht änderbar ist, kann der Stab nur von außen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung viskos bedämpft werden. Zum anderen kann auch die BiegeWellengeschwindigkeit verändert werden. Eine Überlagerung der Wellen ist damit nicht mehr möglich. Aus Gleichung (1) ergibt sich, dass die längenbezogene Masse entweder verringert oder aber erhöht werden kann und

dass eine Veränderung des Flächenträgheitsmoments auch zu einer Verschiebung der BiegeWellengeschwindigkeit führt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit für BiegeWellen berechnet sich wie folgt

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{EI}{m'}} \sqrt{\omega} \quad \left[\frac{m}{s} \right] \quad (1)$$

mit Elastizitätsmodul E , Flächenträgheitsmoment I , Massenbelegung m' des Balkens und Kreisfrequenz ω . [2]

Modifikation des Randes

Zur Untersuchung der Lagerungsmöglichkeiten werden PVC-Stäbe (Maße siehe Tab. 1) elastisch aufgehängt. Um den anzubringenden Sensoren eine ebene Klebfläche zu bieten wurde der Querschnitt einseitig abgeflacht, wodurch ein Kreisabschnitt als Querschnittsform entsteht. [3]

Tabelle 1: Maße und Materialkennwerte der PVC-Stäbe

	Kürzel	Wert	Einheit
Länge	l	1	m
Durchmesser	d	0,04	m
E-Modul	E	3e9	N/m ²
Dichte	ρ	1440	kg/m ³
Flächenträgheitsmoment	I	9,72e-8	m ⁴
Massenbelegung	m'	1,85	kg/m ²

Zur experimentellen Untersuchung der Eigenmoden über die Akzeleranz werden fünf Beschleunigungssensoren (PCB Piezoelectronics M353B15) angebracht. Die Anregung erfolgt über einen Bruel&Kjaer Shaker mit pinkem Rauschen. Der Shaker kann zur Ermittlung symmetrischer Moden mittig und zur Ermittlung asymmetrischer Eigenmoden in außermittiger Position befestigt werden. Als Kopplungsglied zwischen Shaker und PVC-Stab werden Kraftsensoren (PCB Piezoelectronics 208C03) eingeschraubt. Als Messinterface wird ein Oros 35 und NVGate genutzt.

Änderung der Querschnitte

Es werden drei verschiedene Stab-End-Geometrien verwendet (siehe Abb. 1).



Abbildung 1: Änderung der Querschnitte, unbearbeitetes Ende A, spitz zulaufend B und abgeflacht entsprechend ABH-Effekt C

Stabende A bleibt als Referenz unverändert. Stabende B läuft zum Ende hin spitz zu, um das Flächenträgheitsmoment und die längenbezogene Masse und damit die Biegeschwindigkeit zu verringern. Bei Stabende C wird der so genannte Acoustic Black Hole (kurz ABH) Effekt genutzt. Dabei wird das Stabende quadratisch verändert. Die Dicke des Stabes wird bis zum Rand theoretisch bis auf null herabgesetzt, wodurch die Biegeschwindigkeit verschwindet. Aufgrund von Fertigungsgrenzen entsteht in der Realität jedoch immer eine Kante, die die Biegeschwindigkeit reflektiert. Das Auftragen einer dünnen dämpfenden Schicht (siehe Abb. 2) soll zu einer weiteren Reduktion der Schwingungsamplituden führen. [4]



Abbildung 2: Entsprechend dem ABH-Effekt abgeflachtes Stabende mit verschiedenen dämpfenden Materialien

Bettung der Stabenden in Sand

Eine verbreitete Methode zur Unterdrückung der Eigenformen ist die Bettung in sehr trockenem Sand, um feuchtigkeitsbedingte Erosion am Messequipment zu vermeiden (siehe Abb. 3). Aufgrund der hohen inneren Reibung von Sand, wird die kinetische Energie des Systems in thermische Energie umgewandelt. [5] Gleichzeitig wird durch den Sand kontinuierlich die Masse zum Stabende hin erhöht.

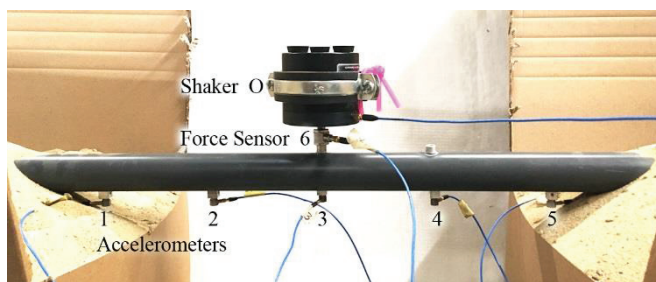


Abbildung 3: Bettung der Stabenden in Sand

Im experimentellen Aufbau werden je ein viertel der Stablänge beidseitig auf Sand gebettet und die Stabenden werden mit Sand überschüttet, wobei die größte Schüttungshöhe (und damit die größte Masse) direkt über den Endpunkten des Stabes zu finden ist.

Ummantelung mit dämpfendem Material

Die letzte untersuchte Methode ist die Ummantelung mit dämpfendem Material. Dabei wird eine stark viskose Mischung aus Bitumen und Wachs in mehreren Schichten auf die Stabenden aufgetragen, um die Masse zu erhöhen. Um einen Impedanzsprung und die damit einhergehende

Reflexion zu vermeiden, wird der Anstrich so ausgeführt, dass die Ummantelung langsam zum Balkenende hin vergrößert wird. Die Masse wird damit kontinuierlich erhöht (ähnlich wie bei der Bettung in Sand), dabei entsteht eine Tropfenform am Stabende. Zwischen den Schichten wird das Setup gemessen, um den Einfluss der Schichtdicke zu untersuchen.

Punktakzeleranzen der untersuchten Bettungen

In Abb. 4 ist die Punktakzeleranz der freien Stabenden aufgetragen. Die Eigenmoden der Varianten sind deutlich erkennbar. Es fällt auf, dass die bearbeiteten Enden B und C etwas niedrigere Amplituden hervorrufen. Des Weiteren sind für Stabende B und C die Eigenmoden in der Frequenz verschoben, Durch die Bearbeitung der Enden verändert sich die effektive Länge des Balkens, wodurch die Eigenresonanzen verschoben werden.

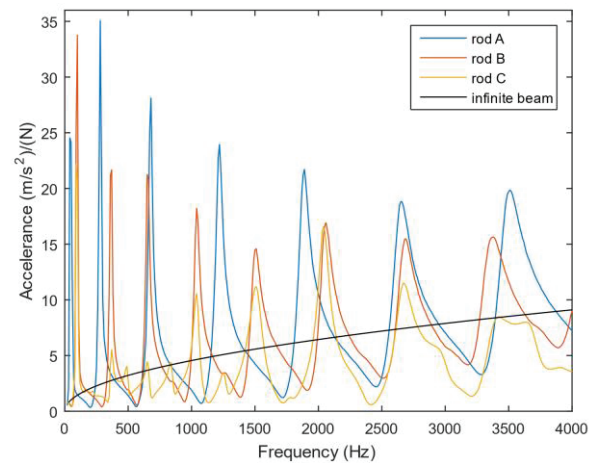


Abbildung 4: Punktakzeleranz für freie Enden für Stabenden A, B und C und die Zielfunktion des unendlichen Balkens

Bettung der Stabenden in Sand

Die Punktakzeleranz für in Sand gebettete Stabenden (Abb. 4) zeigt stark unterdrückte Eigenmoden unabhängig von der Endbearbeitung. Bei einer Frequenz von 80 Hz ist ein deutlicher Peak erkennbar. Die Wellenlänge dieser Frequenz entspricht einem Meter, also der Länge des PVC-Stabes.

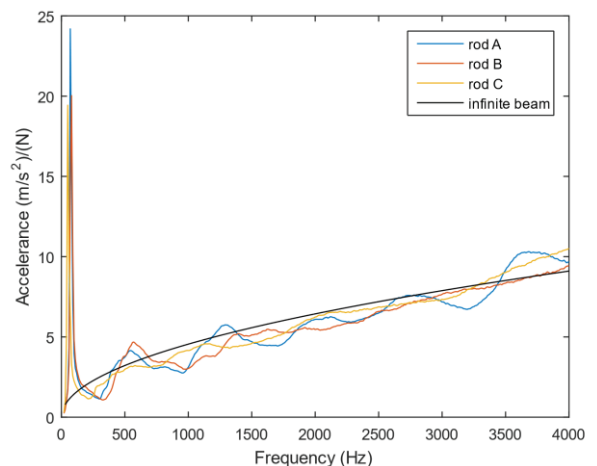


Abbildung 5: Punktakzeleranz für in Sand gebettete Stabenden A, B und C und die Zielfunktion des unendlichen Balkens

Ummantelung mit dämpfendem Material

Abb. 5 lässt erkennen, dass die Ummantelung mit dämpfendem Material die Amplituden der Eigenmoden senkt, unabhängig von der Form der Stabenden. Beim unbearbeitetem Stabende sind die Eigenmoden noch vergleichsweise stark ausgeprägt. Hier ist ein Peak bei 40 Hz für alle Stabenden und ein zusätzlicher Peak bei 230 Hz bei Stabende A zu erkennen.

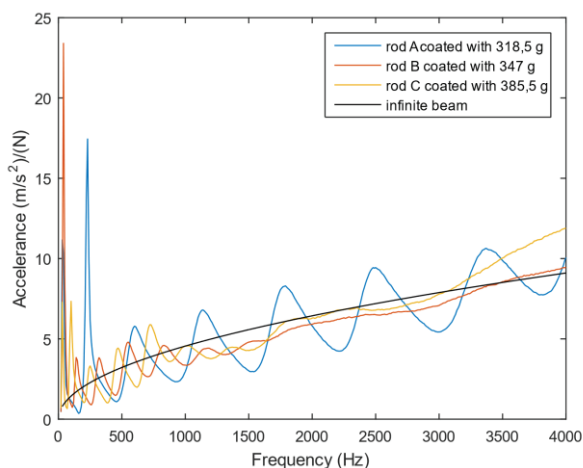


Abbildung 6: Punktakzeleranz für ummantelte Stabenden A, B und C und die Zielfunktion des unendlichen Balkens

ABH-Effekt und Beschichtung mit dämpfendem Material

Stabende C, beschichtet mit verschiedenen Materialien (siehe Abb. 6) zeigt leicht gesenkte Amplituden der Eigenmoden (siehe Abb. 7). Für Hartgummi ist der Effekt ab 2000 Hz am größten. Die Kombination aus Hartgummi und Schaumstoff wirkt vor allem im Frequenzbereich 300 - 1500 Hz.

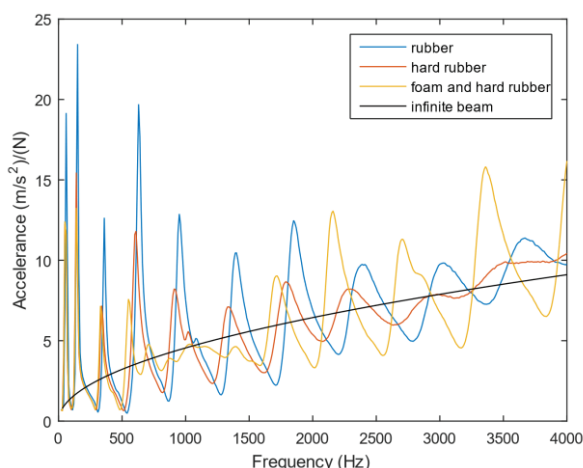


Abbildung 7: Punktakzeleranz für das abgeflachte Stabende C (ABH-Effekt) mit einer 2 mm Schicht Gummi, mit einer 3 mm Schicht Hartgummi und mit einer Kombination aus 3 mm Schaumstoff und 3 mm Hartgummi

Diskussion

Vergleicht man die Methoden untereinander, fällt auf, dass Stabende C mit Beschichtung zwar einen Effekt in die gewünschte Richtung erzielt, jedoch verglichen mit den anderen Methoden, nicht zu einem zufriedenstellenden Ergebnis führt. Die Bettung in Sand und die Ummantelung

mit dämpfendem Material zeigen einen großen Effekt und die Punktakzeleranzen dieser Methoden verhalten sich sehr ähnlich zur Zielfunktion des unendlichen Balkens (siehe Abb. 8). Weiterhin ist die Bettung in Sand bei Stabende C am erfolgreichsten, was vermutlich darin begründet ist, dass das abgeflachte Profil eine große Oberfläche liefert und somit mehr Masse trägt. Die Ummantelung zeigte schon früher als erwartet (mit geringer aufgetragener Masse) sehr gute Ergebnisse für Stabende B und C.

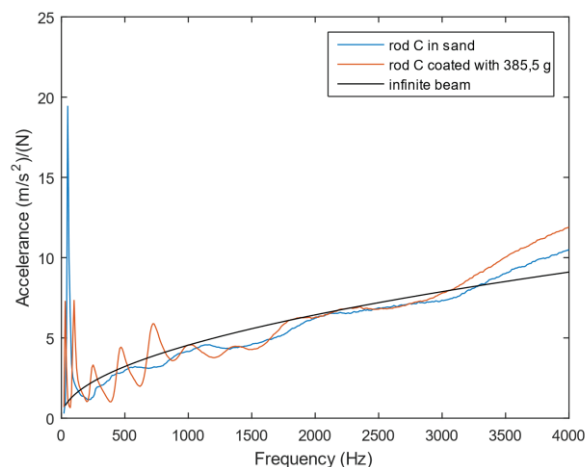


Abbildung 8: Vergleich der Punktakzeleranzen für Stabende C in Sand und Ummantelt

Vergleicht man die Durchführbarkeit der Methoden, ist zu sagen, dass die Bettung in Sand zwar schnell aufgebaut, jedoch dann stationär und sehr staubig ist. Des Weiteren erhält die Bettung in Sand das Stabende für eventuelle andere Experimente. Die Ummantelung mit dämpfendem Material dauert länger, da die aufgetragenen Schichten zwischendurch trocknen müssen, ist dann aber leicht transportierbar. Das Material ist jedoch vom Stab nicht wieder entfernbar. Die Bearbeitung der Stabenden ist materialabhängig kompliziert und kann für die Bettung in Sand und für die Ummantelung mit dämpfendem Material auch weggelassen werden. Dann ist jedoch eine größere Masse (von Sand oder dämpfendem Material) notwendig, um den gewünschten Effekt zu erzielen.

Literatur

- [1] M. Möser, *Technische Akustik*, 9th ed. Springer Vieweg, 2012.
- [2] M. Möser and W. Kropp, *Körperschall - Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*, 3rd ed. Springer, 2010.
- [3] "PVC Werkstoffkennwerte." Grünberg Kunststoffe GmbH, Berlin.
- [4] V. Georgiev *et al.*, "Recent progress in vibration reduction using Acoustic Black Hole effect," *Société Française d'Acoustique - SFA, 10ème Congrès Français d'Acoustique*, 2010.
- [5] G. Gottstein, *Physikalische Grundlagen der Materialkunde*, 3rd ed. Springer, 2007.