

# Einfluss des Impulstransfers auf die akustische Randbedingung überströmter Absorberwände

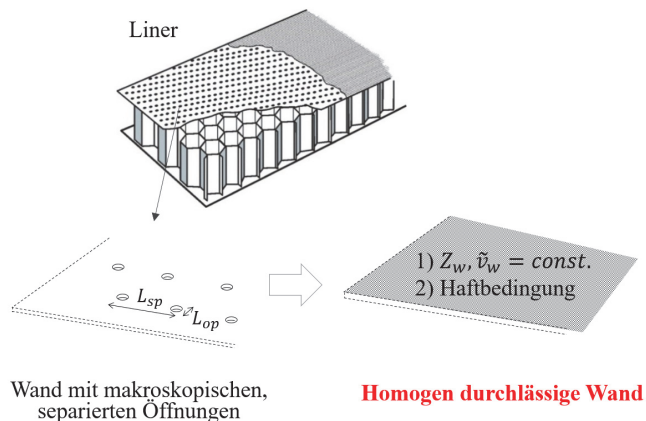
Anita Schulz<sup>1</sup> und Dirk Ronneberger<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Technische Universität Berlin, Turbomaschinen und Thermoakustik, 10623 Berlin, Email: Anita.Schulz@dlr.de

<sup>2</sup> pensioniert, ehemals Georg-August-Universität Göttingen, Drittes Physikalisches Institut, 37077 Göttingen

## Einleitung

Bei vielen technischen Anwendungen von durchströmten Kanälen, wie z.B. Flugzeugtriebwerken, Lüftungsanlagen oder Abgasleitungen, dienen schalldämpfende Wandauskleidungen, sogenannte Liner, als wirkungsvolles Mittel zur Lärmbekämpfung. Diese Liner bestehen meist aus einer mittels Öffnungen akustisch durchlässig gemachten harten Wand, die im Zusammenspiel mit den dahinter liegenden Hohlräumen z.B. nach dem Helmholtz-Resonanzprinzip für die gewünschte Schalldämpfung sorgt (s. Abbildung 1 oben). Bei der Untersuchung und



**Abbildung 1:** Darstellung eines Helmholtz-Resonator Liners (oben) mit perforierter, harter Vorderwand (unten links) und dessen vereinfachte, idealisierte Beschreibung durch eine homogene Impedanzwand (unten rechts).  $L_{sp}, L_{op}$  sind die Abstände bzw. Durchmesser der Öffnungen des Liners.

Entwicklung von Linern ist es üblich, von den einzelnen (lokalen) akustischen Wirkmechanismen an der Wand zu abstrahieren und die Wand als ganze durch eine akustische Randbedingung zu beschreiben. Diese ist im einfachsten Fall die Wandimpedanz  $Z_w = -\tilde{p}_w/\tilde{v}_w$  der als homogen betrachteten Wand, also der Quotient aus Schalldruck  $\tilde{p}_w$  und in die Wand gerichteter Schnelle  $\tilde{v}_w$  an der Wand. Für einen beliebigen Liner mit bekannter Wandimpedanz  $Z_w$  kann die Schallabsorption dann leicht durch die reibungsfreien Schallfeldgleichungen im Kanal samt Wandimpedanz als Randbedingung vorhergesagt werden. Dieser Zusammenhang verkompliziert sich allerdings erheblich, wenn der Liner zusätzlich wie in den o.g. technischen Anwendungen einer stationären Überströmung ausgesetzt ist. Die Frage, welche *effektive* akustische Randbedingung für eine überströmte Linerwand anzuwenden ist, d.h. welche Randbedingung die wesentlichen akustischen Effekte der

wandnahen Strömung zusammen mit dem Effekt der Nachgiebigkeit der Wand selber korrekt beschreibt und beim virtuellen Blick aus dem äußeren Schallfeld auf die Wand anzuwenden ist, beschäftigt die Liner-Forschung seit den 1950er Jahren bis heute.

Die Unzufriedenheit mit den bestehenden Modellen wird unterfüttert durch vielfach dokumentierte Unstimmigkeiten zwischen theoretischen Erwartungen und experimentellen Ergebnissen. Ein prominentes Beispiel stellt ein seit ca. 20 Jahren viel diskutiertes Problem [26, 40, 4, 10, 3, 23, 35, 28] bei der indirekten Impedanzbestimmung, der sogenannten Impedanzreduktion, von Linern dar: Bei dem Verfahren, in welchem ein Schallfeldmodell samt Randbedingungen an Messungen des Schallfeldes in einem mit Liner ausgekleideten Strömungskanal angepasst werden, wurden Ergebnisse erzielt, die von der Richtung der einfallenden Schallmode (relativ zur Strömungsrichtung), und damit von der räumlichen Schallfeldstruktur, abhängen. Dies steht im Widerspruch dazu, dass in den Messungen lokal-reagierende Liner untersucht wurden, also solche, bei denen die Wandimpedanz qua geometrischer Beschaffenheit des Liners (die räumlichen Kammerstrukturen sind sehr klein gegenüber der Wellenlänge) unabhängig von der räumlichen Struktur des Schallfeldes sein müsste. Das Problem, welches sich nicht durch Messunsicherheiten erklären ließ [40, 35], wurde bald auf die Unzulässigkeit der meist verwendeten Ingard-Myers-Randbedingung [14, 22] zurückgeführt. Bei dieser wird die Zähigkeit im akustischen und im Gleichströmungs-Feld vernachlässigt.<sup>1</sup> Viele Arbeiten haben daher versucht das Problem durch eine Verfeinerung des Schallfeldmodells, insbesondere durch Berücksichtigung des Strömungsprofils und der Haftung der Strömung an der Wand [38, 5, 27, 6, 11, 15, 3, 28] sowie den Einbezug der akustischen Grenzschicht [24, 37, 2, 7, 16, 17, 18] im Schallfeldmodell zu lösen. Jedoch konnte die genannte Diskrepanz dadurch nicht behoben werden.[36, 28] Sogar der Verzicht auf Näherungslösungen für das Schallfeld und die Berücksichtigung aller physikalisch denkbaren Effekte durch die numerische Lösung der vollen linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen (unter Einschluss eines Turbulenzmodells für die akustischen Schubspannungen) durch Weng et al. [39] konnte die Abhängigkeit der eduzierten Impedanz von der Schalleinfallrichtung nicht beheben. Dies legt den Schluss nahe, dass das

<sup>1</sup>Eine Annahme, die - wie Ingard [13] selber schreibt - nur für undurchlässige nachgiebige Impedanzwände zulässig ist, da hier die Zähigkeitseffekte sehr klein sind - nicht jedoch nicht für starre, durchlässige Wände, wie sie reale Liner darstellen.

Problem nicht auf eine Ungenauigkeit des Schallfeldmodells, sondern auf eine fundamentale Schwachstelle bei der physikalischen Beschreibung der akustischen Randbedingung zurückzuführen ist. Diese Schwachstelle ist der noch wenig verstandene akustische Impulstransfer zwischen Gleichströmung und der perforierten Wand des Liners, der bisher - wenn überhaupt - nur mit groben Vereinfachungen modelliert und aus physikalischer Sicht kaum untersucht worden ist.

### Impulstransfer - allgemeine Motivation

Der Impulstransfer eines wandgebundenen Schallfeldes ist in seiner einfachsten Fassung, dem Fall ohne Gleichströmung, bereits von L. Cremer [9] untersucht worden. Er hat die im ruhenden Medium sehr kleinen Zähigkeitseffekte, die sich in einer dünnen Wandgrenzschicht abspielen, erstmals als Zusatz zur akustischen Randbedingung beschrieben. Der Effekt dieses als Grenzschichtadmittanz ausgedrückten Zusatzes ist in den meisten praktischen Fällen sehr klein gegenüber der Wandadmittanz und kann vernachlässigt werden. Demgegenüber wächst der Impulstransfer mit überlagerter Gleichströmung drastisch an. Dieser quantitative Anstieg ist auf eine qualitative Änderung der beteiligten physikalischen Mechanismen zurückzuführen: In jeder wandgebundenen Strömungsgrenzschicht wird bewegtes Fluid abgebremst, da es an oder teilweise - bei perforierten Wänden - in der Wand zur Ruhe kommen muss. Der Impuls des Fluids wird dabei - z.B. durch die Wandsschubspannung  $\tau_w$  - auf die Wand übertragen. Für eine starre, akustisch durchlässige Wand, wie bei perforierten Linern gegeben, sorgt das der Strömung überlagerte Schallfeld dafür, dass die Wand schallsynchron durchströmt wird. Dadurch erhält der Transport von axialem Impuls der Gleichströmung eine schallsynchrone, akustische Komponente.

### Die homogen durchlässige Wand als Grenzfall

In fast allen bisherigen Untersuchungen [24, 37, 2, 7, 16, 17, 18, 39] ist die durchlässige Wand als homogen idealisiert worden, siehe Abbildung 1. Dabei bleibt unberücksichtigt, dass jede durchlässige Wand eine räumliche Struktur aus festen Anteilen mit eingelagerten Poren besitzt. Streng genommen, können Linerwände nur dann als homogen aufgefasst werden, wenn die Abstände  $L_{sp}$  und die Durchmesser  $L_{op}$  der Öffnungen sehr klein gegenüber den beiden charakteristischen Längenskalen der wandnahen Strömung, der Dicke der akustischen Grenzschicht (im strömungslosen Fall)

$$\delta_a = \sqrt{2\nu/\omega} \quad (1)$$

und der viskosen Längenskala

$$\delta_\nu = \nu/u_\tau \quad (2)$$

sind. Hier ist  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $\nu$  die kinematische Viskosität und  $u_\tau = \sqrt{\bar{\tau}_w/\nu}$  die Schubspannungsgeschwindigkeit. Für  $L_{op}, L_{sp} \ll \delta_\nu, \delta_a$  dominieren die Zähigkeitseffekte der Grenzschicht die wandnahe Strömung, so dass letztere die räumliche Struktur der Wand nicht „spürt“, die Inhomogenität also vernachlässigt werden kann. Obwohl offensichtlich kein rea-

ler Liner diese Anforderung erfüllt,<sup>2</sup> wird die homogenisierte Beschreibung verwendet, da sie Vorteile bei der Vereinfachung des Problems bringt: Homogenität bedeutet, dass die Wand an jeder Stelle durchlässig ist und gleichzeitig die Haftbedingung eingehalten werden muss. Damit verschwindet die wandparallele Komponente der Strömungsgeschwindigkeit an der Wand,  $\bar{u}_w = 0$  und  $\bar{u}'_w = 0$ , so dass der Impulsfluss an der Wand nur aus der Wandschubspannung  $\bar{\tau}_w + \bar{\tau}'_w$  besteht und keinen konvektiven Anteil enthält. Obwohl es inzwischen (wie unten gezeigt) starke Hinweise darauf gibt, dass die homogene Wand nur ein schwaches Abbild realer inhomogener Wände ist, haben wir zunächst die an der homogenen Wand zu erwartenden physikalischen Prozesse eingehend untersucht, um sie als Ausgangspunkt für die Untersuchung der komplexeren, an inhomogenen Wänden zu erwartenden Prozesse zu nutzen.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden zwei äquivalente, mathematische Modelle vorgestellt, die sich der Aufklärung des Impulstransfers an der homogenen Wand und seines Einflusses auf die akustische Randbedingung auf verschiedenen Wegen nähern. Zusammengenommen liefern beide Darstellungen ein detailliertes physikalisches Bild der sogenannten akustischen Grenzschicht - das ist die wandnahe Schicht, in der der Impulstransfer seinen Einfluss auf die akustische Randbedingung entwickelt. Daran anschließend werden numerische Ergebnisse für den Einfluss des Impulstransfers auf die akustische Randbedingung gezeigt, wobei ein Vergleich mit Messdaten auch auf die Grenzen des Modells hindeutet. Außerdem wird eine neue theoretische Abschätzung für die kürzlich von den Autoren eingeführte Parametrisierung der Wandschubspannung, die Impulstransferimpedanz [33, 34], vorgestellt. Zuletzt wird ein Ausblick auf die Aufgaben und Herausforderungen gegeben, die beim Übergang von der homogenen Wand zum realen Liner mit inhomogener Wandstruktur zu erwarten sind.

### Modellierung des Impulstransfers an der homogen, durchlässigen Wand

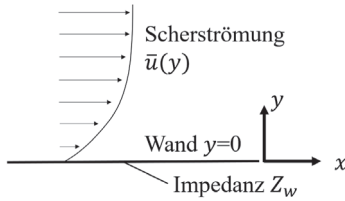
Es hat sich gezeigt, dass der instationäre Impulstransfer in einer dünnen wandnahen Schicht stattfindet. Für die mathematische Darstellung dieser Vorgänge wählen wir zwei Formulierungen, die sich auf das Schnellefeld in dieser Schicht bzw. alternativ auf die Verteilungen der Schubspannung und der wandnormalen Auslenkung der Fluidelemente stützen. Dabei stehen aber nicht die mathematischen Implikationen im Mittelpunkt der Analyse; vielmehr werden die einzelnen mathematischen Terme und deren gegenseitige Beziehungen als überschaubare physikalische Mechanismen und deren Zusammenspiel interpretiert. Wir versuchen, damit eine bisher wenig genutzte Sicht auf die komplexen Vorgänge zu entwickeln, die die Wechselwirkung zwischen Schall und Strömung an einer harten durchlässigen Wand bestimmen.

<sup>2</sup>Dies würde voraussetzen, dass die Durchmesser und Abstände der Öffnungen in der Größenordnung von einigen  $\mu\text{m}$  liegen, während sie für typische Liner-Wände um zwei bis drei Größenordnungen höher liegen.

Wir gehen von der zweidimensionalen Impulsgleichung in der Form

$$\tilde{u} = \underbrace{\frac{1}{i\omega'\bar{\rho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}}_{\text{Schalldruck}} + \underbrace{\frac{1}{i\omega'\bar{\rho}} \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial y}}_{\text{Schubspannung}} - \underbrace{\frac{d\bar{u}}{dy} \frac{\tilde{v}}{i\omega'}}_{\text{Konvektion}} \quad (3)$$

aus und beschränken uns auf die Abhängigkeiten von der wandparallelen Koordinate in Strömungsrichtung ( $x$ ) und von der wandnormalen Koordinate ( $y$ ). Das zugehörige Koordinatensystem ist in Abbildung 2 gezeigt. Alle Größen werden dabei als unabhängig von der spann-



**Abbildung 2:** Verwendetes Koordinatensystem für das Modell der homogenen Wand.

weiten Koordinate angenommen.  $\tilde{u}$  und  $\tilde{v}$  sind die Komponenten der Schnelle in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Die anregende Schallwelle prägt allen Wechselgrößen die gemeinsame Abhängigkeit  $\exp[i(\omega t - k_x x)]$  von der Zeit  $t$  und der  $x$ -Koordinate auf, wobei  $\omega$  die Schallfrequenz im Laborsystem und  $k_x$  die  $x$ -Komponente der Schallwellenzahl sind. In Gl. (3) wird die Dynamik der Strömung aber in dem Koordinatensystem betrachtet, das sich mit der zeitlich gemittelten Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{u}(y)$  gegenüber dem Laborsystem bewegt. In diesem Koordinatensystem bleibt ein betrachtetes Fluidelement im zeitlichen Mittel ortsfest, und die zeitlichen Änderungen finden dort bei der Doppler-verschobenen Frequenz  $\omega'(y) = \omega - k_x \bar{u}(y)$  statt.

Gl. (3) beschreibt insbesondere die zeitlich integrierte Änderung der wandparallelen Schnelle  $\tilde{u}(y)$ . Die beiden ersten Terme auf der rechten Seite stehen für die Beschleunigung durch den  $x$ -Gradienten des Schalldrucks  $\tilde{p}$  und den  $y$ -Gradienten der Schubspannung  $\tilde{\tau}$  ( $\bar{\rho}$  ist dabei die Dichte des Fluids). Der dritte, sogenannte konvektive Term entsteht dagegen dadurch, dass die Fluidelemente in  $y$ -Richtung um  $\xi = \tilde{v}/(i\omega')$  verschoben werden. Bei einem vorgegebenen Wandabstand  $y$  betrachten wir also im Verlauf einer Schallperiode verschiedene Fluidelemente, deren mittlere Geschwindigkeiten sich gemäß  $\bar{u}(y - \xi) = \bar{u}(y) - (d\bar{u}/dy)\xi$  unterscheiden.

In der Nähe der Wand übertrifft dieser konvektive Term bei technisch interessanten Strömungsgeschwindigkeiten und Wandimpedanzen den Druckgradienten-Term um Größenordnungen. Angesichts der Haftbedingung  $\tilde{u}(0) = 0$  müssen also der Schubspannungsterm und der konvektive Term an der Wand praktisch entgegengesetzt gleich sein, d.h. die konvektive Schnelle  $(d\bar{u}/dy)\xi$  muss an der Wand durch Schubspannungskräfte abgebremst werden. Die damit verbundene Wandschubspannung  $\tilde{\tau}_w$  ist der hier diskutierte instationäre Anteil des Impulstransfers.  $\tilde{\tau}_w$  ist also um Größenordnungen größer als

die durch den Druckgradient erzeugte Wandschubspannung, die für den schwachen Einfluss einer harten undurchlässigen Wand auf die Schallausbreitung verantwortlich ist. Im Folgenden vernachlässigen wir daher den durch den Druckgradienten erzeugten Anteil des  $\tilde{u}$ -Feldes.

### $(\tilde{u}, \tilde{v})$ -Formulierung

Für die weiteren Überlegungen klammern wir nicht nur die durch den Druckgradienten erzeugte Schnelle, sondern sämtliche Mechanismen aus, die mit dem Druck und dem Druckgradienten in Verbindung stehen und konzentrieren uns damit ausschließlich auf die Effekte, die mit der Wechselwirkung zwischen Gleichströmung und akustischer Strömung durch die Wand zusammenhängen. Dabei vernachlässigen wir auch den turbulenten Impulstransport, der bei bisherigen Untersuchungen keinen nennenswerten Beitrag zur akustischen Randbedingung lieferte.[39, 33] Wir berücksichtigen also nur die zähigkeitsbedingte Schubspannung  $\tilde{\tau} = \bar{\rho}\nu(\partial\tilde{u}/\partial y)$  mit der kinematischen Zähigkeit  $\nu$ . Die Impulsgleichung (3) reduziert sich dann auf

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} - \frac{i\omega'}{\nu} \tilde{u} = \frac{1}{\nu} \frac{d\bar{u}}{dy} \tilde{v} \quad (4)$$

Die linke Seite beschreibt (bis auf einen Faktor  $\bar{\rho}$ ) den diffusiven  $y$ -Transport der instationären  $x$ -Impulsdichte, während auf der rechten Seite die aus dem konvektiven Term resultierenden Quellen der  $x$ -Impulsdichte stehen.

Zusammen mit der inkompressiblen Kontinuitätsgleichung (5) und mit geeigneten Randbedingungen ist dadurch die Dynamik des betrachteten Schnelle-Feldes einschließlich der sich darin abspielenden Mechanismen in eine vergleichsweise einfache mathematische Form gebracht. Als Randbedingungen sind die Haftbedingung  $\tilde{u}(0) = 0$  an der Wand und die Abkling-Bedingung  $\tilde{u}(y) = 0$  für  $y \rightarrow \infty$  zu erfüllen, wobei die Abkling-Bedingung verhindert, dass die Lösung des Gleichungssystems eine mögliche, mit dem Wandabstand anwachsende Komponente des Schnelle-Feldes enthält.

### Akustische Randbedingung in der $(\tilde{u}, \tilde{v})$ -Formulierung:

Um zu einer akustischen Randbedingung an der überströmten Wand zu gelangen, benötigen wir noch einen Mechanismus, der zu einer Rückwirkung des wandnahen  $\tilde{u}$ -Feldes auf das Schallfeld außerhalb der Grenzschicht führt. In diesem Schallfeld spielen Schubspannungen eine allenfalls vernachlässigbare Rolle; die Schallausbreitung ist vielmehr ein Wechselspiel zwischen der Veränderung des Schnelle-Feldes durch Druckkräfte, der Massenerhaltung und der Kompressibilität des Fluids. Im Gegensatz dazu basiert die Dynamik des wandnahen  $\tilde{u}$ -Feldes allein auf Schubspannungskräften, während die Kompressibilitätseffekte vollständig durch das bis an die Wand reichende Schallfeld erfasst sind und das  $\tilde{u}$ -Feld daher als inkompressibel angesehen werden kann. Den Kopplungsmechanismus zwischen den beiden Feldern liefert die inkompressible Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{v}(y) - \tilde{v}(0) = ik_x \int_0^y \tilde{u}(\eta) d\eta. \quad (5)$$

Die  $x$ -Abhängigkeit des  $\tilde{u}$ -Feldes liefert also den Zusatz

$$\tilde{v}_{\text{add}} := \tilde{v}(\infty) - \tilde{v}(0) = ik_x \int_0^\infty \tilde{u}(y) dy \quad (6)$$

zur wandnormalen Schnelle, der sich zur Formulierung einer effektiven Randbedingung an der überströmten Wand eignet: Mit der Wandadmittanz  $Y_w = 1/Z_w$  gilt unmittelbar an der Wand

$$\tilde{v}(0) = -Y_w \tilde{p}(0)$$

und für die effektive Admittanz am Rand der wandnahen Schicht ergibt sich

$$Y_{\text{eff}} = -\frac{\tilde{v}(0) + \tilde{v}_{\text{add}}}{\tilde{p}(0)} = Y_w \left[ 1 + \frac{\tilde{v}_{\text{add}}}{\tilde{v}(0)} \right], \quad (7)$$

da der Schalldruck in der wandnahen Schicht als unabhängig vom Wandabstand angesehen werden kann.

Es sei an dieser Stelle schon angemerkt, dass die wandnahe Schicht – wie sich zeigen wird – so dünn ist, dass es unerheblich ist, ob man die Randbedingung für das Schallfeld am Rand der wandnahen Schicht oder unmittelbar an der Wand erfüllt.

### $(\tilde{\tau}, \tilde{\xi})$ -Formulierung

Da die Dynamik des Impulstransfers eng mit Schubspannungseffekten verknüpft ist, kann man hoffen, mit der Einbeziehung der Schubspannung in die Beschreibung der Dynamik auf Mechanismen zu stoßen, die das physikalische Verständnis des instationären Impulstransfers weiter vertiefen.

Mit der Vernachlässigung des Druckgradienten-Terms und der turbulenten Schubspannung sowie den Beziehungen  $\tilde{\tau} = \bar{\rho}\nu(\partial\tilde{u}/\partial y)$  und  $\tilde{\xi} = \tilde{v}/(i\omega')$  erhält man für die Schubspannung  $\tilde{\tau}$  und die wandnormale Auslenkung  $\tilde{\xi}$  aus den Gln. (3) und (5) die zwei Beziehungen

$$\frac{\partial^2 \tilde{\tau}}{\partial y^2} - \frac{i\omega'}{\nu} \tilde{\tau} = i\omega' \bar{\rho} \frac{d^2 \tilde{u}}{dy^2} \tilde{\xi} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial y} = -\frac{ik_x}{\omega'^2 \bar{\rho}} \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial y}, \quad (9)$$

die den Beziehungen (4) und (5) für das Schnellfeld stark ähneln: die linke Seite von Gl. (8) beschreibt die Diffusion der Schubspannung mit Schubspannungsquellen auf der rechten Seite, und Gl. (9) generiert aus der  $x$ -Abhängigkeit des wandnormalen Schubspannungsgradienten eine wandnormale Auslenkung der Fluidelemente. Die Randbedingungen für die Lösung des Gleichungssystems (8, 9) sind wieder die Haft- und der Abklingbedingung, wobei die Formulierung der Haftbedingung aus Gl. (3) mit  $\tilde{u}(0) = 0$  folgt

$$\frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial y} = i\omega' \bar{\rho} \frac{d\tilde{u}}{dy} \tilde{\xi}, \quad y = 0 \quad (10)$$

So wie der Quellterm der Impulsdichte auf der rechten Seite von Gl. (4) resultiert der Quellterm für die Schubspannung auf der rechten Seite von Gl. (8) aus der wandnormalen Verschiebung der Fluidelemente, wobei

der Gradient der Gleich-Scherrate  $d^2\tilde{u}/dy^2$  zur zeitlichen Änderung der Schubspannung bei festem Wandabstand  $y$  führt.

**Akustische Randbedingung in der  $(\tilde{\tau}, \tilde{\xi})$ -Formulierung:** Die Integration von Gl. (9) führt zu einer Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$

$$\tilde{\xi}_{\text{add}} := \tilde{\xi}(\infty) - \tilde{\xi}(0) = -\frac{ik_x}{\bar{\rho}} \int_0^\infty \frac{1}{\omega'^2} \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial y} dy \quad (11)$$

und als Randbedingung für die schubspannungsfreie Schallausbreitung außerhalb der Grenzschicht, die mit Gl. (7) in Form einer effektiven Admittanz formuliert wird, erhält man

$$Y_{\text{eff}} = -\frac{\omega'_\infty [\tilde{\xi}(0) + \tilde{\xi}_{\text{add}}]}{\tilde{p}(0)} = Y_w \left[ \frac{\omega'_\infty}{\omega} + \frac{\tilde{\xi}_{\text{add}}}{\tilde{\xi}(0)} \right], \quad (12)$$

wobei  $\omega'_\infty := \omega - k_x \bar{u}_\infty$  die Doppler-verschobene Frequenz außerhalb der Strömungsgrenzschicht ist.

### Vergleich beider Formulierungen mit Hinblick auf die akustische Randbedingung an der Wand

Üblicherweise wird die schubspannungsfreie Schallausbreitung durch Druck- und Schnellfelder beschrieben, so dass es konsequent ist, auch die Randbedingungen durch Beziehungen zwischen Druck und Schnelle also durch Impedanzen oder Admittanzen auszudrücken. Der Vergleich zwischen den beiden Darstellungen der effektiven Admittanz  $Y_{\text{eff}}$  in den Gln. (7) und (12) fällt dann scheinbar zugunsten der Zusatzschnelle  $\tilde{v}_{\text{add}}$  aus: Sie scheint unabhängig von der Doppler-verschobenen Frequenz zu sein und damit unabhängig von der lokalen Strömungsgeschwindigkeit und insbesondere von der räumlichen Struktur des Schallfeldes, die durch die Wellenzahl  $k_x$  beschrieben wird<sup>3</sup>.

Um zu entscheiden, ob  $\tilde{v}_{\text{add}}$  tatsächlich eine lokal-reagierende Größe ist, betrachten wir den hypothetischen Grenzfall einer unendlich dünnen Scherschicht in einem Fluid mit verschwindender Zähigkeit.<sup>4</sup> Es ist zu erwarten, dass die Trennfläche zwischen den beiden Bereichen mit den unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten  $\bar{u}_{1/2}$  einheitlich in Normalenrichtung ausgelenkt wird, dass also die Auslenkungen der Fluidelemente auf beiden Seiten der Trennfläche einander gleich sind:  $\xi_2 = \xi_1$ . Im Gegensatz dazu ändert sich die Normalschnelle unstetig:  $\Delta\tilde{v} := \tilde{v}_2 - \tilde{v}_1 = -k_x(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)\tilde{\xi}$ .

Physikalisch gesehen werden demnach bei der Berechnung der Zusatzschnelle  $\tilde{v}_{\text{add}}$  durch Gl. (6) die Wirkungen zweier verschiedener Mechanismen gemeinsam aufintegriert, nämlich die Wirkungen der Schubspannung und der  $y$ -abhängigen Doppler-Verschiebung, während bei der Berechnung der Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  gemäß Gl. (11) offensichtlich nur Schubspannungen berücksichtigt werden

<sup>3</sup>Die Schallwellenzahl  $k_x$  geht auf zwei Wegen in die Zusatzschnelle und die Zusatzauslenkung ein, einerseits in die  $x$ -Abhängigkeit aller Schallfeldgrößen, ohne die es keine Rückwirkung des wandnahen Feldes auf die schubspannungsfreie Schallausbreitung gibt, und andererseits in die Doppler-Verschiebung, die sich unterschiedlich auf  $\tilde{v}_{\text{add}}$  und  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  auswirkt.

<sup>4</sup>Dies ist die Annahme der in der Einleitung erwähnten, üblicherweise verwendeten Ingard-Myers-Randbedingung.[14, 22]

– allerdings auch nicht ganz unabhängig von der Dopplerverschiebung. Da die Schubspannungen in der Nähe der Wand eng mit dem Impulstransfer verknüpft sind, gibt also  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  den Einfluss des Impulstransfers auf die akustische Randbedingung unmittelbar wieder als  $\tilde{v}_{\text{add}}$ .

Das relativiert auch die Formulierung der Randbedingung von überströmten Wänden mit Hilfe der effektiven Admittanz. Angemessener ist die Formulierung mittels der effektiven Nachgiebigkeit

$$C_{\text{eff}} := -\frac{\tilde{\xi}(y_{\infty})}{\tilde{p}(y_{\infty})} = C_w \left[ 1 + \frac{\tilde{\xi}_{\text{add}}}{\tilde{\xi}(0)} \right]. \quad (13)$$

$C_w = Y_w/(i\omega)$  ist die Nachgiebigkeit unmittelbar an der Wand und  $y_{\infty}$  ist ein Wandabstand außerhalb der Wandgrenzschicht, der später auch auf Wandabstände innerhalb der Grenzschicht erweitert wird. Gl. (13) geht übrigens in die gebräuchliche Ingard-Myers-Randbedingung über, wenn man  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  und damit den Impulstransfer vernachlässigt.

## Physikalische Diskussion der akustischen Grenzschicht

Als akustische Grenzschicht gilt im klassischen Sinn [19, 8] die wandnahe Schicht im ruhenden Medium, in der die Zähigkeitskräfte aufgrund der Haftung des Mediums an der Wand für eine Verteilung von akustischer Schubspannung sorgen. Sie wird üblicherweise mit der Dicke Gl. (1) abgeschätzt, bei der die Schubspannung um  $1/e$  ihres Wandwerts abgeklungen ist. Es stellt sich nun die Frage, wie diese Definition infolge des strömungsbedingten Impulstransfers an der Wand geändert werden muss.

Die Dicke der wandnahen Schicht, in der der instationäre Impulstransfer stattfindet, hängt von zwei charakteristischen Längen, der Diffusionslänge  $\sqrt{\nu/\omega}$  und der Dicke  $\delta_{\text{bl}}$  der Strömungsgrenzschicht ab: Die Diffusionslänge ist ein Maß für die Dicke der Schicht, in die sich die Schubspannung einer lokalisierten Schubspannungsquelle ausbreitet, und die Strömungsgrenzschicht ist die Dicke der Schicht, in der gemäß Gl. (8) Schubspannungsquellen existieren. Die in den meisten Fällen dominierende Quelle entsteht durch die Haftbedingung gemäß Gl. (10) direkt an der Wand. Dazu kommen die wandfernen Quellen entsprechend der rechten Seite von Gl. (8). Im Folgenden untersuchen wir, wie stark die wandfernen Quellen gemäß Gl. (11) zur Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  beitragen.

### Einfluss der wandfernen Quellen

Eine eng begrenzte Quelle im Abstand  $y_q$  von der Wand erzeugt ein Schubspannungsfeld, das auf beiden Seiten der Quelle etwa gemäß  $\tilde{\tau}_q \exp[-\sqrt{i\omega'(y_q)/\nu} \cdot |y - y_q|]$  abfällt, wobei vernachlässigt ist, dass die Dopplerverschiebung selbst von  $y$  abhängt und der exponentielle Abfall dadurch leicht modifiziert ist. Der für die Zusatzauslenkung maßgebende Schubspannungsgradient  $\partial\tilde{\tau}/\partial y$  ändert in der Mitte des Feldes bei  $y = y_q$  sein Vorzeichen, so dass sich das Integral in Gl. (11) über die beiden Hälften des Feldes gerade aufhebt, wenn die Änderung der Dopplerverschiebung innerhalb des Feldes vernachlässigbar klein ist und das Feld nicht bis zur Wand reicht; eine solche Quelle nennen wir inaktiv. Wie

weit die  $y$ -Abhängigkeit von  $\omega'$  tatsächlich in technisch interessanten Fällen vernachlässigbar ist, ist noch nicht abschließend untersucht.

Wenn das Schubspannungsfeld einer Quelle bis zur Wand reicht, wird es dort gewissermaßen mit der Bedingung reflektiert, dass die betrachtete wandferne Quelle den durch Gl. (10) festgelegten Schubspannungsgradient an der Wand nicht ändern darf. Damit ändert der Schubspannungsgradient bei der Reflexion sein Vorzeichen, so dass das Integral in Gl. (11) nun einen merklich von null verschiedenen Beitrag zur Zusatzauslenkung liefert. Dieser Beitrag nimmt mit dem Wandabstand der Quelle etwa proportional zu  $\exp[-\sqrt{i\omega'(y_q)/\nu} \cdot y_q]$  ab. Eine solche wandnahe Quelle gehört zu den aktiven Quellen genauso wie die durch die Haftbedingung erzeugte Quelle direkt an der Wand. Die aktiven Quellen und die von ihnen erzeugten Schubspannungsfelder befinden sich demnach in einer wandnahen Schicht, deren Dicke näherungsweise mit  $\delta_a := 1/\Re\{\sqrt{i\omega/\nu}\} = \sqrt{2\nu/\omega}$  skaliert.

Die hiermit genauer definierte wandnahe Schicht bezeichnen wir im Folgenden als „akustische Grenzschicht“ und erweitern damit den ursprünglich für ruhendes Medium geprägten Begriff auf den Fall mit Strömung. Da das Schubspannungsfeld der am weitesten von der Wand entfernten aktiven Quelle etwas weiter in die Strömung reicht als das Feld der wandgebundenen Hauptquelle, ist die akustische Grenzschicht im Strömungsfall etwas dicker als bei ruhendem Medium, wo es – gemäß Gl. (3) mit  $\tilde{u}(0) = 0$  und ohne konvektiven Term – nur eine schwache durch den Druckgradienten erzeugte Schubspannungsquelle an der Wand gibt.

### Größenordnungen

Die akustische Grenzschicht ist sehr dünn im Vergleich zu der Länge  $c/\omega$ , auf der sich Schallgrößen merklich ändern;  $\delta_a/(c/\omega) = \sqrt{2\omega\nu}/c = 1.3 \cdot 10^{-3}$  in Luft bei 1000 Hz. Daher ist es unerheblich, wo genau in der akustischen Grenzschicht die schallrelevanten Prozesse stattfinden, und man kann deren Auswirkung auf das schubspannungsfreie Schallfeld in einer effektiven akustischen Randbedingung zusammenfassen, die wie zuvor angenommen unmittelbar an der Wand gilt.

Die akustische Grenzschicht ist in den meisten praktischen Fällen auch dünn im Vergleich zur Strömungsgrenzschicht, aber nicht so dünn, dass die Gleichströmungsgeschwindigkeit und die Dopplerverschiebung innerhalb der akustischen Grenzschicht vernachlässigt werden könnte. Dies ist ein wichtiger Punkt in Hinsicht auf die existierenden Vorarbeiten [24, 37, 2], bei denen Näherungslösungen abgeleitet wurden, die die Dopplerverschiebung nicht oder nur inkonsequent berücksichtigen.

### Parameterabhängigkeiten des akustischen Impulstransfers in turbulenten Strömungen

Bei hohen Reynoldszahlen gibt es in der inkompressiblen turbulenten Wandgrenzschicht einen Wandbereich, in dem das Geschwindigkeitsprofil und die Dynamik der Strömung nur von zwei Wandparametern, nämlich der Wandschubspannung  $\bar{\tau}_w$  und der kinematischen Zähigkeit  $\nu$  abhängen, unabhängig von äußeren

Parametern wie z.B. von der Außengeschwindigkeit  $\bar{u}_\infty$  oder der Dicke  $\delta_{bl}$  der Grenzschicht, die nur den äußeren Bereich der Grenzschicht beeinflussen. Die Wandschubspannung wird üblicherweise durch die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau = \sqrt{\bar{\tau}_w/\rho}$  parametrisiert, und alle Größen  $q$ , die mit  $u_\tau$  und  $\nu$  dimensionslos gemacht sind, werden durch  $q^+$  gekennzeichnet.

In den meisten praktischen Fällen liegt die akustische Grenzschicht vollständig im Wandbereich der Strömungsgrenzschicht, so dass die Größen, die die Dynamik des Impulstransfers beschreiben, durch einheitliche Beziehungen miteinander zusammenhängen, wenn sie mit  $u_\tau$  und  $\nu$  dimensionslos gemacht sind.

Die Dynamik des Impulstransfers hängt neben dem Strömungsprofil nur von der Frequenz  $\omega$  und der Wellenzahl  $k_x$  der anregenden Schallwelle ab, und da das Geschwindigkeitsprofil  $\bar{u}^+(y^+)$  im Wandbereich als universell gilt, ist die Dynamik vollständig beschrieben, wenn sie in Abhängigkeit von den beiden Kennzahlen  $\omega^+$  und  $k_x^+$  dargestellt wird. Anstelle von  $\omega^+$  kann man auch die Dicke  $\delta_a^+ = \sqrt{2/\omega^+}$  der akustischen Grenzschicht als Kennzahl benutzen, und anstelle von  $k_x^+$  die reziproke Phasengeschwindigkeit  $1/c_{ph}^+ = k_x u_\tau/\omega$  der Schallwelle.

## Numerische Ergebnisse

Die Modell-Gleichungen (4), (8), (9) für den Impuls-transfer an der homogenen Wand wurden samt zugehörigen Randbedingungen numerisch mittels einem Finite-Differenzen-Verfahren vierter Ordnung ausgewertet. Dabei hat es sich als gleichgültig erwiesen, ob die  $(\tilde{u}, \tilde{v})$ -Formulierung oder die  $(\tilde{\tau}, \xi)$ -Formulierung verwendet wurde. Auf Basis der numerischen Lösungen wurde eine Parameterstudie unter Variation von Frequenz, Wellenzahl, Strömungsgeschwindigkeit und des Strömungsprofils durchgeführt. Für letzteres wurden die folgenden zwei analytischen Profildfunktionen verwendet:

$$\text{Exponential: } \bar{u}^+(y^+) = \bar{u}_\infty^+ \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{l_{\infty,w}^+}\right)\right) \quad (14)$$

$$\text{Tanh: } \bar{u}^+(y^+) = \bar{u}_\infty^+ \tanh\left(\frac{y^+}{l_{\infty,w}^+}\right), \quad (15)$$

$$\text{wobei } l_{\infty,w} := \frac{\bar{u}_\infty}{(d\bar{u}/dy)_w} \quad \text{mit } l_{\infty,w}^+ = \bar{u}_\infty^+$$

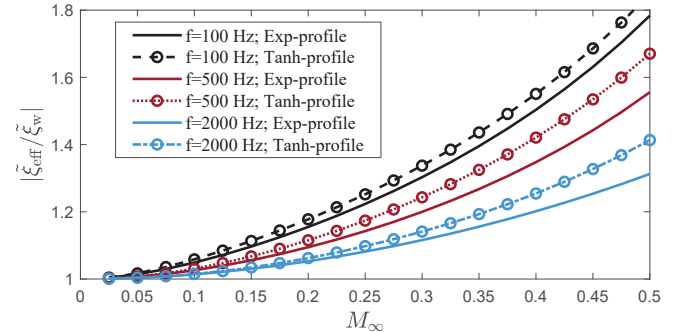
ein mathematischer (und nicht physikalischer) Längenparameter ist, der sicherstellt, dass das analytische Profil in Bezug auf die Außenströmungsgeschwindigkeit<sup>5</sup>  $\bar{u}_\infty$  und die mittlere Wandscherrate  $\bar{\tau}_w/\nu$  mit realen turbulenten Profilen übereinstimmt. Die Geschwindigkeitsprofile  $\bar{u}^+(y^+) = \bar{u}/u_\tau(y u_\tau/\nu)$  werden hier mit den Wandparametern  $\nu, u_\tau$  normiert, da, wie oben gezeigt, der Aufbau der Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{add}$  hauptsächlich durch diese Parameter bestimmt wird.

Details zum numerischen Verfahren und zu den verwendeten Strömungsprofilen können in Schulz et al. [32, 31] nachgelesen werden. Dies gilt auch für die Ergebnisse der

<sup>5</sup>Dies sei im Folgenden die axiale Strömungsgeschwindigkeit außerhalb der Strömungsgrenzschicht.

Parameterstudie, von denen hier nur ein exemplarischer Auszug gezeigt wird.

Abbildung 3 zeigt den Betrag der effektiven Schubspannungsbedingten Wandauslenkung  $\tilde{\xi}_{eff} = \tilde{\xi}_w + \tilde{\xi}_{add}$  (siehe Gl. (11)) im Verhältnis zur akustischen Auslenkung  $\tilde{\xi}_w$  der Wand allein. Die Kurven für verschiedene Fre-



**Abbildung 3:** Effektive wandnormale Auslenkung  $\tilde{\xi}_w + \tilde{\xi}_{add}$  als Funktion der Machzahl für verschiedene Frequenzen und Strömungsprofile bei  $k_x/k_0 = 1$  und  $\bar{u}_\infty^+ = 20$ .

quenzen  $f$  und Strömungsprofile sind als Funktion der Machzahl  $M_\infty$  der Außenströmung aufgetragen. Der Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit auf die akustische Randbedingung ist deutlich: Bei Machzahl 0.4 ist die Wand (samt Grenzschichteffekten) effektiv 50 % nachgiebiger gegenüber dem Fall ohne Überströmung. Neben der Proportionalität zu  $M_\infty$  und der umgekehrten Proportionalität zur Frequenz macht sich auch der Einfluss des Grenzschichtprofils bemerkbar.

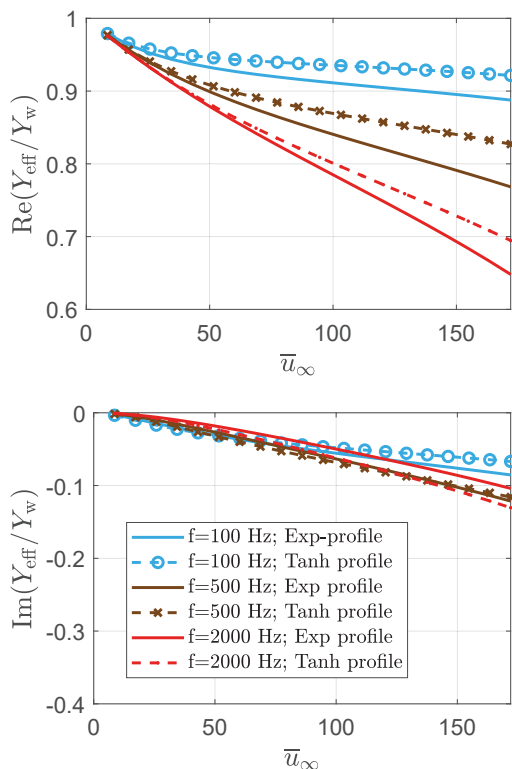
In Abbildung 4 sind der Real- und Imaginärteil der effektiven Admittanz Gl. (12), normiert auf die Admittanz der Wand  $Y_w$ , als Funktion der Außenströmungsgeschwindigkeit  $\bar{u}_\infty$  und für verschiedene Kombinationen der Frequenz und des Strömungsprofils dargestellt. Der Einfluss der Schubspannungseffekte auf die effektive Admittanz nimmt in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit und der Frequenz stark zu. Die effektive Wandadmittanz hängt in erster Ordnung von  $\bar{u}_\infty$  linear von  $k_x$  ab. Die Abhängigkeit von  $k_x$  nimmt mit wachsendem  $\bar{u}_\infty$  und abnehmender Frequenz zu (siehe dazu Schulz et al. [32, 31]).

## Impulstransferimpedanz

Die Wandschubspannung, d.h. die auf die Wand ausgeübte Kraft pro Fläche, ist der Impuls, der pro Zeit und Fläche auf die Wand übertragen wird. Pauschal könnte man diesen Impuls-transfer dadurch beschreiben, dass bewegtes Fluid – z.B. in der Einsaugphase – in die Wand eindringt und dort seinen Impuls an die Wand abgibt. Der Impuls-transfer wäre dann proportional zur wandnormalen Schnelle  $\tilde{v}_w$ , mit der das Fluid in die Wand eindringt und proportional zu einer charakteristischen Impulsdichte des eingesaugten Fluids (z.B.  $\bar{\rho}\bar{u}_\infty$ )<sup>6</sup>.

Daraus entstand der Vorschlag [33, 34], die akustische Wandschubspannung auf die wandnormale Schnelle zu beziehen, um so eine amplitudenunabhängige Größe,

<sup>6</sup>Siehe aber Gl. (19) und die Diskussion dazu.



**Abbildung 4:** Effektive Admittanz als Funktion der Außenströmungsgeschwindigkeit  $\bar{u}_\infty$  für verschiedene Frequenzen und Strömungsprofile bei  $k_x/k_0 = 1$  und  $\bar{u}_\infty^+ = 20$ .

nämlich die Impulstransferimpedanz

$$Z_T := -\frac{\tilde{\tau}_w}{\tilde{v}_w} \quad \text{und} \quad \zeta_T := \frac{Z_T}{\rho \bar{u}_\infty} \quad (16)$$

zu definieren, die die akustische Wandschubspannung als Teil der effektiven Randbedingung der überströmten Wand parametrisiert. Es wurde gehofft, dass auf der so erweiterten Basis von zwei Wandparametern (Impulstransferimpedanz und klassischer Wandimpedanz) der Einfluss der Strömungsüberlagerung auf die effektive Randbedingung nicht nur vollständig beschrieben werden kann, sondern dass die resultierende Randbedingung - z.B. die effektive Wandadmittanz in einfacher Weise mit den beiden Parametern verknüpft ist. Dabei wurde – auch im Hinblick auf das eingangs erwähnte Problem der Richtungsabhängigkeit der Impedanzreduktion – die Hypothese aufgestellt, dass die Impulstransferimpedanz für lokal reagierende Liner-Wände erstens selber lokal reagierend, also eine schallfeldunabhängige Größe ist, und dass sie zweitens nicht von der Wandimpedanz bzw. -admittanz abhängt.

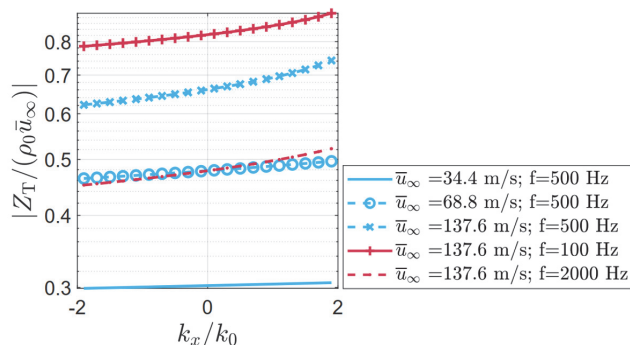
Dagegen ist der 2018 von Aurégan [1] vorgestellte Wandschubspannungs-Parameter (‘equivalent friction coefficient’), nicht auf die Schnelle sondern auf den Schalldruck  $\tilde{p}_w$  bezogen, und somit von der Wandadmittanz abhängig. Renou und Aurégan [26] betrachten hingegen einen Parameter  $\beta_\nu$ , der in der Näherung von Aurégan et al. [2] die aus der Wandschubspannung resultierende Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  beschreibt. In den genannten Arbeiten [26, 33, 1] wurde der jeweilige Schubspannungs-Parameter und die Wandadmittanz

aus Messungen der Wellenzahlen zweier Moden (in und entgegengesetzter Strömungsrichtung) in einem mit einem lokal-reagierendem Liner ausgekleideten Strömungskanal ausgewertet. Die dabei implizit getroffene Annahme, dass beide Messgrößen, Schubspannungs-Parameter und Wandadmittanz, unabhängig von der Richtung der Schallausbreitung sind, kann allerdings, wie sich im folgenden zeigt, für die Impulstransferimpedanz nicht bestätigt werden.

In den folgenden drei Unterkapiteln werden zuerst exemplarische Ergebnisse der Impulstransferimpedanz aus numerischen Berechnungen und Messungen vorgestellt. Es folgt eine theoretische Abschätzung der Impulstransferimpedanz samt Diskussion ihrer physikalischen Bedeutung. Zuletzt wird der Zusammenhang zur akustischen Randbedingung erläutert.

### Numerische und experimentelle Ergebnisse

**a) Ergebnisse aus dem theoretischen Modell für die homogene Wand:** Die Impulstransferimpedanz wurde aus den numerischen Lösungen für das homogene Wandmodell (Lösungen der Gleichungen (8), (9) und Auswertung des Wandwerts von  $\tilde{\tau}$ ) für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten und -profile, Frequenzen und Wellenzahlen berechnet. Die Reynoldszahl wurde für alle Strömungsprofile mit  $\bar{u}_\infty^+ = 20$  berechnet. In Abbildung 5 wird der Betrag der normierten Impulstransferimpedanz als Funktion der normierten Wellenzahl  $k_x/k_0$  (mit  $k_0 = \omega/c$ ) dargestellt. Das Ergebnis

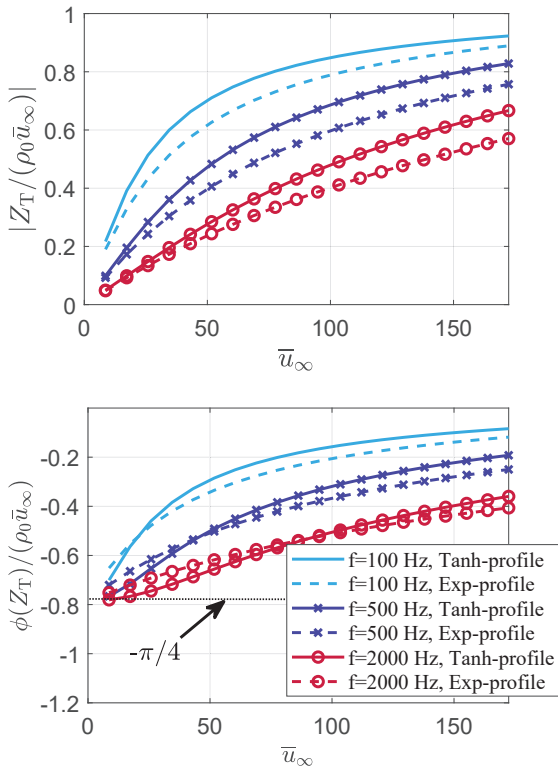


**Abbildung 5:** Betrag der normierten Impulstransferimpedanz  $Z_T/(\rho_0 \bar{u}_\infty)$  als Funktion der normierten axialen Wellenzahl  $k_x/k_0$ . Numerische Lösung für verschiedene Außenströmungsgeschwindigkeiten  $\bar{u}_\infty$  und Frequenzen  $f$ . Das Strömungsprofil hat Exponentialform, siehe auch [33].

nis zeigt, dass die Wellenzahlabhängigkeit für kleine Strömungsgeschwindigkeiten  $\bar{u}_\infty$  zwar gering ist, aber bei hohen  $\bar{u}_\infty$  nicht mehr vernachlässigt werden kann.<sup>7</sup> Dies wird im nächsten Unterkapitel theoretisch erklärt. Damit kann weder  $Z_T$  noch ein anderer schubspannungsbasierter Parameter als schallfeldunabhängig angesehen werden. Die Voraussetzung des früheren Experiments [33, 34], d. h. die Bestimmung von  $Z_T$  durch Auswertung der Wellenzahlen zweier verschiedener Kanalmoden, führt damit zu unzuverlässigen Ergebnissen, ins-

<sup>7</sup>Dies gilt auch für die Phase (siehe [32]), die hier nicht gezeigt ist.

besondere bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten.<sup>8</sup> Es wird allerdings im Zusammenhang mit Abbildung 7 ersichtlich, dass diese Unsicherheit nur einen geringen Einfluss auf die bisherigen experimentellen Ergebnisse hatte. Abbildung 6 zeigt die Variation von  $Z_T/(\rho_0\bar{u}_\infty)$  als Funktion von  $\bar{u}_\infty$ , wobei zwei verschiedene Strömungsprofile (exp, tanh) verglichen werden. Die Normierung der Im-



**Abbildung 6:** Betrag und Phase der normierten Impulstransferimpedanz  $Z_T/(\rho_0\bar{u}_\infty)$  als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{u}_\infty$  außerhalb der Strömungsgrenzschicht. Numerische Lösung für verschiedene Strömungsprofile (exp- und tanh-Profil) und Frequenzen ( $k_x/k_0 = 1$ ).

pulstransferimpedanz in den Abbildungen 5 und 6 erfolgte aufgrund der o.g. ursprünglichen Einschätzung, dass  $Z_T$  proportional zur konvektiven Impulsdichte  $\rho_0\bar{u}_\infty$  ist. Dies schien auch durch die wenigen verfügbaren experimentellen Daten für reale Liner bestätigt zu sein. (vgl. [33]) In Abbildung 6 ist jedoch offensichtlich, dass diese Proportionalität für die hier untersuchten homogenen Wände nicht gilt:  $|Z_T/(\rho_0\bar{u}_\infty)|$  steigt bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten proportional zu  $\bar{u}_\infty$  an, so dass  $|Z_T| \sim \bar{u}_\infty^2$ . Dies wird im nächsten Abschnitt theoretisch aufgeklärt. Die Phase der Impulstransferimpedanz (siehe Abbildung 6 unten) nimmt im Grenzfall ruhenden Mediums ( $\bar{u}_\infty \rightarrow 0$ ) den Wert  $\pi/4$  an. Dies kann dadurch erklärt werden, dass für  $\bar{u}_\infty \rightarrow 0$  nicht nur die wandfernen Quellen verschwinden, sondern dass dann auch die normierte akustische Grenzschichtdicke  $\delta_a^+ \rightarrow 0$ . Die wegen Gl. (10) an der Wand erzeugte Schub-

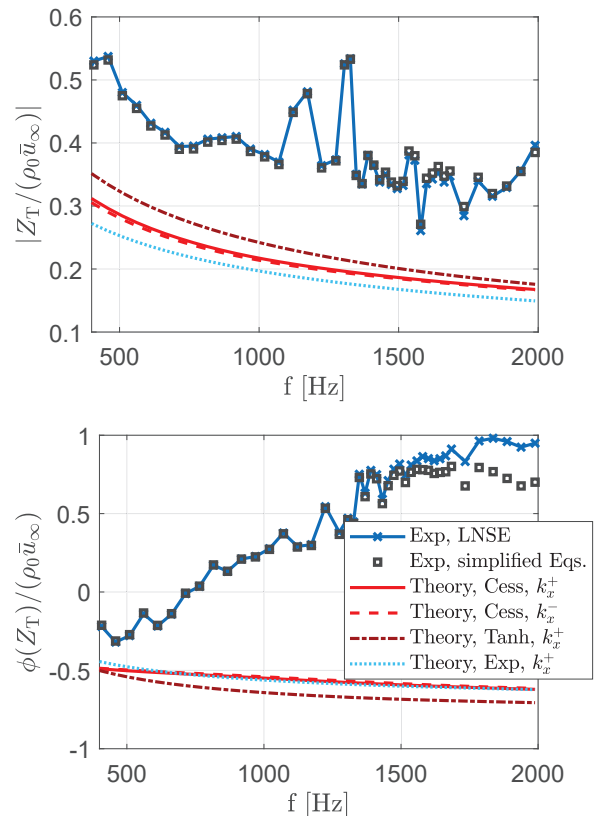
<sup>8</sup>Dies gilt auch für die Vorschläge anderer Autoren [35, 12] hinsichtlich ähnlicher Messungen und Auswertungen von Parametern, die den Einfluss der akustischen Wandschubspannung auf die akustische Randbedingung der Wand beschreiben sollen.

spannung klingt dann so dicht an der Wand ab, dass der Strömungseinfluss dort vernachlässigt werden kann. Mit der im nächsten Unterkapitel gezeigten Näherung Gl. (18) folgt, dass  $Z_T = \rho_0\sqrt{\nu/(i\omega)}(d\bar{u}/dy)|_w$ , also  $|Z_T| = \rho_0 u_\tau^2/\nu \sim \bar{u}_\infty^2$  sowie  $\phi(Z_T) = \phi(1/\sqrt{i}) = -\pi/4$ .

Abbildung 6 zeigt außerdem, dass der Einfluss des Strömungsprofils auf die Impulstransferimpedanz eher gering ist.

## b) Vergleich mit Messungen an realen Linern:

In Abbildung 7 werden die numerischen Ergebnisse für die normierte Impulstransferimpedanz  $Z_T/(\rho_0\bar{u}_\infty)$  mit früheren Messungen [33] an einem SDOF<sup>9</sup> Helmholtz-Resonator-Liner verglichen, welcher wandbündig in einem Strömungskanal verbaut war. Die Ergebnisse der Messung sind mit blauer durchgezogener Linie mit Kreuzen dargestellt. Die Strömungsgeschwindigkeit auf der



**Abbildung 7:** Betrag und Phase der Impulstransferimpedanz  $Z_T/(\rho_0\bar{u}_\infty)$  als Funktion der Frequenz. Vergleich der numerischen Ergebnisse des Modells für die homogene Wand (Linien ohne Symbole) für verschiedene Strömungsprofile (Cess, tanh, exp, mit gleichem  $\bar{u}^+$ ) und verschiedene axiale Wellenzahlen ( $k_x^\pm$  für Schallausbreitung in bzw. entgegen der Strömungsrichtung). Gegenüberstellung mit den Messergebnissen aus Schulz et al. [33] (Linien mit Symbolen). In den Messungen wurde ein SDOF-Liner („HRS2“) bei turbulenter Überströmung und Kanalmitengeschwindigkeit von 61 m/s untersucht. Blaue Linie mit x-Symbolen: originale Auswertung [33] basierend auf den vollen Navier-Stokes-Gleichungen, schwarze Quadrate: Auswertung basierend auf den vereinfachten Gleichungen (8) und (9).

<sup>9</sup>Single Degree Of Freedom.

Kanalmittelnachse betrug 61,3 m/s. Das Mess- und Auswerteverfahren ist detailliert in Schulz et al. [33, 34] beschrieben. Die Auswertung von  $Z_T$  basiert auf der numerischen Lösung der linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen (LNSE), so dass alle im o.g. theoretischen Modell vernachlässigten Effekte nun in die Auswertung der Messungen einbezogen werden: der Druckgradient, die thermischen Effekte und sogar die turbulente Schubspannung.

Für die numerischen Ergebnisse wurden die Wellenzahlen der beiden am wenigsten gedämpften Kanalmoden und die Strömungsdaten der Messung als Eingabe verwendet. Neben dem bei der Auswertung der Messdaten verwendeten turbulenten Strömungsprofil (Cess-Profil) wurden die numerischen Ergebnisse zum Vergleich auch mit den beiden einfachen analytischen Strömungsprofilen (exp, tanh) berechnet.

Abbildung 7 zeigt, dass die Unterschiede zwischen den verschiedenen Strömungsprofilen und zwischen den beiden Richtungen der Schallausbreitung viel geringer sind als der generelle Unterschied zwischen den experimentellen Ergebnissen und denen des theoretischen Modells der homogenen Wand. Der Betrag von  $Z_T/(\rho_0 \bar{u}_\infty)$  als Funktion der Frequenz folgt dem Trend des gemessenen Wertes, unterschätzt ihn aber um  $\approx 0.2$ . Die Phase nimmt dagegen mit der Frequenz leicht ab, während sie beim experimentellen Ergebnis fast linear ansteigt. Dieser völlig unterschiedliche Trend des Phasenergebnisses wurde auch für andere Liner und Strömungsgeschwindigkeiten festgestellt. Bei niedrigen Frequenzen scheinen die experimentellen und theoretischen Phasenverläufe zusammen zu fallen, während sie sich bei der höchsten Frequenz um  $\pi/2$  unterscheiden. Dies widerspricht der Erwartung, dass die Vereinfachungen in der Theorie (Gleichungen (8), (9)), z. B. die Vernachlässigung der turbulenten Schubspannung, bei niedrigen Frequenzen eine stärkere Wirkung haben als bei hohen Frequenzen.

Die Diskrepanz zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen hat die Frage nach der Vertrauenswürdigkeit der experimentellen Ergebnissen, insbesondere des Auswerteverfahrens in Schulz et al. [33] aufgeworfen. In Schulz et al. [32, 31] wurde daher nicht nur ein alternatives, größeres Auswerteverfahren (Ergebnisse in Abbildung 7 als schwarze Quadrate) eingesetzt, sondern das Auswerteverfahren auch mit anderen Messdaten [26] (an anderem Kanal und Liner) getestet. Die Ergebnisse bestätigten die Vertrauenswürdigkeit der gemessenen  $Z_T$ . Auch die o.g. Wellenzahlabhängigkeit von  $Z_T$ , die bei der Auswertung ignoriert wurde, kann die Diskrepanz nicht erklären: Der Unterschied der theoretischen Ergebnisse für die beiden Schallausbreitungsrichtungen (rote durchgezogene und gestrichelte Linien) ist kaum erkennbar. Daraus ziehen wir den Schluss, dass die erheblichen Unterschiede zwischen der Messung und der Theorie hauptsächlich auf Effekte des Impulstransfers an realen Liner-Wänden (mit makroskopischen, separierten Öffnungen) zurückzuführen ist, die durch das Modell der homogenen Wand nicht erfasst werden. Dies wird in [32, 31] noch durch weitere Hinweise untermauert.

### Theoretische Abschätzung

Wie schon im Zusammenhang mit Gl. (4) diskutiert kann in unmittelbarer Wandnähe der Druckgradient in Gl. (3) vernachlässigt werden. Mit  $\tilde{u}(0) = 0$  stellt dann Gl. (10)

$$\frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial y} = i\omega \bar{\rho} \frac{d\tilde{u}}{dy} \tilde{\xi} = \bar{\rho} \frac{d\tilde{u}}{dy} \tilde{v}, \quad y = 0$$

den Zusammenhang zwischen dem Schubspannungsgradienten  $\partial \tilde{\tau} / \partial y$  und der wandnormalen Schnelle  $\tilde{v} = i\omega \tilde{\xi}$  an der Wand her. Mit  $\bar{\rho} (d\tilde{u}/dy)_w = \bar{\tau}_w / \nu$  folgt daraus für die Impulstransferimpedanz zunächst

$$Z_T := -\frac{\tilde{\tau}_w}{\tilde{v}_w} = -\frac{\bar{\tau}_w}{\nu} \left( \frac{\partial \tilde{\tau} / \partial y}{\tilde{\tau}} \right)_w^{-1}. \quad (17)$$

Im allgemeinen hängt  $[(\partial \tilde{\tau} / \partial y) / \tilde{\tau}]_w$  entsprechend den Gln. (8) und (9) in komplizierter Weise von  $\bar{u}(y)$ ,  $k_x$  und  $\omega'(y)$  ab. Wie oben erläutert, kann man dieses Verhältnis in vielen Fällen durch

$$\left( \frac{\partial \tilde{\tau} / \partial y}{\tilde{\tau}} \right)_w \approx -\sqrt{\frac{i\omega}{\nu}} \quad (18)$$

annähern. Für die Impulstransferimpedanz erhält man dann mit Gl. (17) und mit  $\bar{\tau}_w = \bar{\rho} u_\tau^2$

$$Z_T \approx \frac{\bar{\rho} u_\tau^2}{\sqrt{i\omega \nu}}, \quad \zeta_T \approx \left( \bar{u}_\infty^+ \sqrt{i\omega^+} \right)^{-1}. \quad (19)$$

Da  $u_\tau$  bis auf eine schwache Abhängigkeit von der Reynoldszahl proportional zu  $\bar{u}_\infty$  ist, wächst die Impulstransferimpedanz an der homogenen Wand also proportional zu  $\bar{u}_\infty^2$  an und nicht proportional zu  $\bar{u}_\infty$ , wie es die heuristischen Betrachtung des instationären Impulstransfers zu Beginn dieses Kapitels nahe legt. Die Annahme, dass das in die Wand eindringende Fluid einen charakteristischen  $x$ -Impuls proportional zu  $\bar{\rho} \bar{u}_\infty$  besitzt, ist also irreführend und angesichts der Haftbedingung auch im Detail nicht nachvollziehbar. Vielmehr muss man von der schwieriger zu durchschauenden Randbedingung (10) ausgehen, die aber nicht den Impulstransfer bzw. die Wandschubspannung  $\tilde{\tau}_w$  selbst, sondern nur den Schubspannungsgradienten  $(\partial \tilde{\tau} / \partial y)_w$  in Beziehung zur wandnormalen Schnelle  $\tilde{v}_w$  setzt. Die komplizierte Beziehung zwischen  $(\partial \tilde{\tau} / \partial y)_w$  und  $\tilde{\tau}_w$ , die dann gemäß Gl. (17) für die Impulstransferimpedanz ausschlaggebend ist, spiegelt die Impuls-Diffusion in der akustischen Grenzschicht einschließlich der wandfernen Schubspannungsquellen und nicht zuletzt den Einfluss der Abklingbedingung außerhalb der akustischen Grenzschicht wider.

Das führt z.B. auch dazu, dass das Verhältnis  $[(\partial \tilde{\tau} / \partial y) / \tilde{\tau}]_w / \tilde{\tau}_w$  von der Doppler-Verschiebung und damit von der Schallwellenzahl  $k_x$  abhängt.<sup>10</sup> Die eingangs in diesem Kapitel erwähnte Hypothese, dass die Impulstransferimpedanz eine lokal reagierende Größe ist (und somit nicht von  $k_x$  abhängt), kann damit nicht gehalten

<sup>10</sup>Diese Abhängigkeit, die sich erst bei größeren Doppler-Verschiebungen bzw. bei größeren Verhältnissen  $\bar{u}_\infty / c_{ph}$  zwischen Strömungs- und Phasengeschwindigkeit bemerkbar macht, ist in der Näherung (19) unterdrückt.

werden, auch wenn sich die Schallfeldabhängigkeit erst bei großen relativen Dopplerverschiebungen  $k_x \bar{u}_\infty / \omega$  (bzw. kleinen Verhältnissen  $\omega' / \omega$  bei Schallausbreitung in Strömungsrichtung) auswirkt.

Zusammenfassend stellt man also fest, dass es nicht sinnvoll ist, den durch die Wandschubspannung auf die Wand übertragenen Impulsfluss durch einen äquivalenten konvektiven Impulsfluss (mit Impulsflussdichte  $\tilde{\tau}_w \sim \bar{\rho} \bar{u}_\infty \tilde{v}_w$ ) zu beschreiben. Vielmehr muss man berücksichtigen, dass der rein konvektive Impulsfluss, der von außen in die akustische Grenzschicht eindringt, auf seinem weiteren Weg zur Wand in einen schubspannungsgetragenen Impulsfluss umgewandelt wird. Dabei wird aber ein Teil des Impulses auf die Grenzschichtströmung übertragen und dort sozusagen zwischengespeichert. Zwischen dem konvektiven Impulsfluss am Rand der akustischen Grenzschicht und dem schubspannungsgetragenen Fluss an der Wand entsteht dadurch eine schwierig zu durchschauende Differenz.

### Zusammenhang zur akustischen Randbedingung

Bereits am Ende des Kapitels zur Modellierung des Impulstransfers (Unterkapitel „Vergleich beider Formulierungen“) wurde erläutert, dass es aus physikalischer Sicht sinnvoll ist, den Einfluss des instationären Impulstransfers auf die akustische Randbedingung durch eine Zusatzauslenkung  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  zu beschreiben, die durch Gl. (11) gegeben ist.

Wenn man die Doppler-Verschiebung innerhalb der aktiven Schicht vernachlässigen kann, z.B. im Fall kleiner Strömungsgeschwindigkeiten, erhält man die einfache Beziehung

$$\tilde{\xi}_{\text{add}} = \frac{ik_x}{\omega^2 \bar{\rho}} \tilde{\tau}_w = \frac{k_x}{k_0} \frac{Z_T}{\bar{\rho} c} \tilde{\xi}_w = \frac{Z_T}{\bar{\rho} c_{\text{ph}}} \tilde{\xi}_w, \quad \omega'(y) \equiv \omega \quad (20)$$

unabhängig davon wie die Schubspannung als Funktion des Wandabstandes verteilt ist. Wenn die Doppler-Verschiebung, also die  $y$ -Abhängigkeit von  $(\omega')^{-2}$  auf der rechten Seite von Gl. (11) aber nicht vernachlässigt werden kann, kommt in dem Integral die  $y$ -Abhängigkeit der Schubspannung  $\tilde{\tau}(y)$  ins Spiel und damit eine Reihe von Einflussfaktoren, die die Auswertung von Gl. (11) – selbst in genäherter Form – stark erschweren:

Die Abhängigkeit der Schubspannung von  $y$  wird hauptsächlich durch Gl. (8) bestimmt. Vernachlässigt man zunächst die Quellterme auf der rechten Seite, so kann man die Schubspannung durch

$$\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_w} = \exp \left[ \int_0^y \kappa(\eta) d\eta \right] \quad \text{mit} \quad \frac{d\kappa}{dy} = \frac{i\omega'}{\nu} - \kappa^2$$

$$\text{mit} \quad \kappa(y) \approx -\sqrt{\frac{i\omega'(y)}{\nu}} =: \kappa_0(y) \quad (21)$$

beschreiben bzw. annähern. Diese Näherung, die unter der Voraussetzung  $d\kappa/dy \ll \kappa^2$  gilt, ist zwar meistens für größere Wandabstände erfüllt, oft aber nicht in der akustischen Grenzschicht, innerhalb der das Integral in Gl. (11) den wesentlichen Beitrag zu  $\tilde{\xi}_{\text{add}}$  liefert. Außerdem haben die Quellterme auf der rechten

Seite von Gl. (8) einen spürbaren Einfluss auf die  $y$ -Abhängigkeit der Schubspannung  $\tilde{\tau}(y)$  innerhalb der akustischen Grenzschicht (siehe zuvor den Abschnitt „Einfluss der wandfernen Quellen“). Der Einfluss der Dopplerverschiebung auf die schwache Wirkung der inaktiven Quellen außerhalb der akustischen Grenzschicht dürfte dagegen vernachlässigbar sein.

Die Näherungslösungen aus den beiden früheren Arbeiten [37, 2], in denen nicht die Impulstransferimpedanz, sondern die schubspannungsbedingte Zusatzauslenkung mit  $\beta_\nu$  parametrisiert wurde, stellen dagegen Mischformen aus den Näherungen Gl. (20) und Gl. (21) dar: Bei Starobinski [37] und Aurégan et al. [2] wird die rechte Seite der Impulsgleichung (8) zwar berücksichtigt, allerdings wird die Doppler-Verschiebung  $\omega'$  auf der linken Seite der Impulsgleichung und auf der rechten Seite der Kontinuitätsgleichung (9) vernachlässigt.

Ganz ohne Näherungen verkompliziert sich der einfache Zusammenhang aus Gl. (20)

$$\frac{\tilde{\xi}_{\text{add}}}{\tilde{\xi}_w} = \frac{Z_T}{\bar{\rho} c_{\text{ph}}}, \quad \omega'(y) \equiv \omega \quad (22)$$

zu

$$\frac{\tilde{\xi}_{\text{add}}}{\tilde{\xi}_w} = \frac{Z_T}{\bar{\rho} c_{\text{ph}}} \left\{ 1 + \int_0^\infty \frac{d}{dy} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega'} \right)^2 \right] \frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_w} dy \right\}. \quad (23)$$

Gl. (23) ist (ohne  $Z_T$ -Parameter) bereits bei Starobinski (vgl. Gl. (21) in [37]) und bei Rebel und Ronneberger (vgl. Gl. (24), (25) in [25]) zu finden. Die Frage, wie Gl. (22) ergänzt werden muss, um kleine Dopplerverschiebungen zu berücksichtigen, ist noch Gegenstand der Untersuchung.

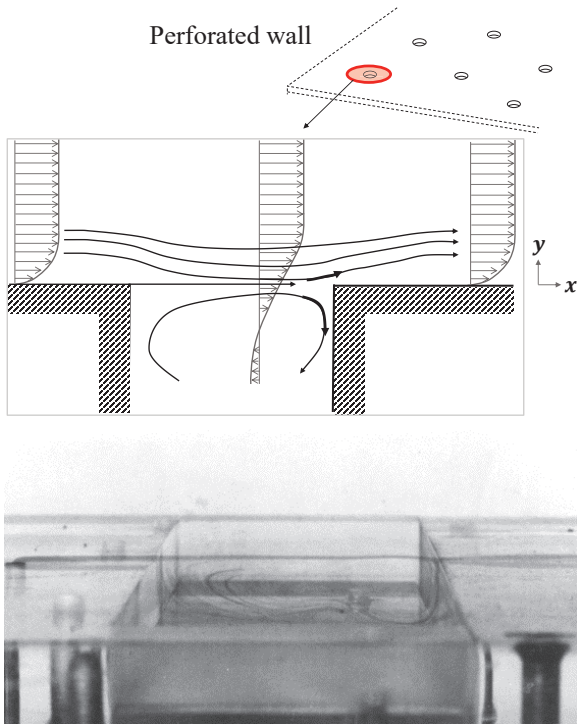
### Ausblick auf die reale Linerwand mit makroskopischen Öffnungen

Der Vergleich des Modells der homogenen Wand mit Messergebnissen an realen Linern (siehe Abbildung 7) hat gezeigt, dass das Modell zwar die Größenordnung des Impulstransfers korrekt abschätzt, aber in der Realität andere physikalische Mechanismen hinzutreten, die im homogenen Modell nicht berücksichtigt werden. Dies ist nicht überraschend, da bei realen Linerwänden die Öffnungen makroskopisch und separiert sind ( $L_{\text{op}}, L_{\text{sp}} \gg \delta_\nu, \delta_a$ ), so dass zwischen den Schall- und Strömungsvorgängen an den Öffnungen und den dazwischenliegenden harten, haftenden Wandflächen lokal differenziert werden muss, bevor die akustischen Eigenschaften homogenisiert werden können. Die Modellierung der einzelnen Mechanismen, die den Impulstransfer an der inhomogenen Wand bestimmen, sind bisher kaum untersucht worden, jedoch sollen hier der Stand der Erkenntnisse und vor allem die qualitativ erwartbaren und in einem Modell einzubeziehenden Mechanismen in einem kurzen Überblick erläutert werden.

### Lokaler Impulstransfers an einer einzelnen Öffnung - qualitative Motivation

Die wesentliche Wechselwirkung zwischen Schall und Strömung findet in der Umgebung der Öffnungen statt. Wir beginnen daher mit einer qualitativen Beschreibung

der Strömung über einer einzelnen Öffnung und der damit verbundenen instationären Kräfte, die lokal auf die Wand wirken. Dabei beschränken wir uns auf den zweidimensionalen Fall und ersetzen die Öffnung durch einen transversalen Schlitz. Der Fall einer rein stationären Strömung über der Öffnung (ohne akustischer Strömung durch die Öffnung) ist in Abbildung 8 skizziert. Vor dem Spalt ( $x < 0$ ) wird das Geschwindigkeitspro-



**Abbildung 8:** Skizze der Überströmung über eine schlitzförmige Öffnung (ohne Durchströmung) in der Wandebene  $y = 0$ . Unten: Fotografie eines Tintenfadens-Experiments von Pohle und Ronneberger [30], bei dem eine wandnahe Stromröhre in einer Wasserströmung mit Tinte eingefärbt wurde.

fil der Strömung durch die Wandschubspannung  $\bar{\tau}_w$  aufgrund der Haftbedingung an der Wand bestimmt. Hinter der Vorderkante ( $x > 0$ ) löst die Strömung ab: Die Wandschubspannung verschwindet, während der Impulstransport noch aktiv ist. Die Fluidelemente werden daher in der Wandebene ( $y = 0$ ) stark beschleunigt, so dass die Stromlinien ober- und unterhalb der Öffnungsebene in Richtung der sich ausbildenden Scherschicht hingebogen werden. Da kein Massenstrom senkrecht durch den Schlitz fließt, erreicht die an der Vorderkante beginnende Stromlinie der Scherschicht genau die Hinterkante des Schlitzes. An der Hinterkante sind zwei Effekte zu erwarten: 1) die beschleunigten Fluidelemente bei  $y < 0$  werden durch die hintere (senkrechte) Stirnwand des Schlitzes gestoppt, so dass sich an der Hinterkante ein Staudruck bildet; 2) für Strömung hinter der Hinterkante bei  $y > 0$  gilt wieder die Haftbedingung. Dabei entsteht (wegen der Beschleunigung der Fluidelemente) eine zunächst sehr hohe und mit dem weiteren Laufweg abklingende Wandschubspannung, die größer als an der Vorderkante ist.

Wird nun eine akustische Strömung durch den Schlitz

hinzugefügt (verursacht z.B. durch den Schalldruck und die Admittanz der Öffnung), so wird das Strömungsprofil über dem Spalt abwechselnd zur Wand hin und von der Wand weg verschoben. Daher wird nicht nur die axiale Strömungsgeschwindigkeit an der Hinterkante während der Ein- und Ausströmphase akustisch moduliert, sondern auch der Staudruck und die Wandschubspannung im Bereich der Hinterkante. Sowohl der akustische Anteil des Staudrucks als auch der Wandschubspannung wirken dabei wie eine lokale akustische Kraft zwischen der mittleren Strömung und der Wand, und es ist zu untersuchen ob und wie diese zur effektiven Randbedingung der Wand beitragen. Eine anschauliche qualitative Erklärung zumindest eines Teils des lokalen Impulstransfers lässt sich außerdem an der Hinterkante des Schlitzes finden: Durch die sich im Takt der Schallwelle wandnormal auslenkende Scherschicht wird an der Hinterkante abwechselnd Mediummasse und Längsimpuls der Gleichströmung in die Öffnung hinein und aus ihr hinaus geleitet. Im Bereich der Hinterkante findet also lokal begrenzt direkter akustischer Impulstransfer zwischen Gleichströmung und Wand statt.

### Impulstransfer bei einer periodischen Folge von Öffnungen

Es stellt sich nun die Frage, welche Effekte in Hinblick der Erzeugung des Impulstransfers hinzu treten, wenn statt der einzelnen Öffnung eine periodische Folge von Schlitzes (eingelagert in harte, haftende Wandflächen), wie bei einem Liner, betrachtet werden. Diese Wand ist in Abbildung 9 skizziert. Eine grobe theoretische Abschätzung hierfür in Schulz et al. [32] hat erstens ergeben, dass die zuvor erwähnten, lokal an der Hinterkante der Öffnung wirkenden Schubspannungs- und Staudruckkräfte nur einen kleinen Beitrag zur gesamten akustischen Wandschubspannung der Wand liefern, und dass insbesondere der Beitrag des Staudrucks zur akustischen Randbedingung vernachlässigbar ist. Zweitens hat die Abschätzung für eine periodische Wandstruktur (mit schmalen Schlitzes und weiten Schlitzabständen) überraschenderweise dieselben Lösungen für das Schallfeld geliefert wie das Modell der homogenen Wand. Zudem waren die Lösungen unabhängig vom Abstand der Öffnungen. Beides steht im deutlichen Widerspruch zu den experimentellen Beobachtungen und der Diskrepanz zwischen Messung und homogenem Modell. Dabei ist aber einzuwenden, dass die theoretische Abschätzung [32] auf der Ausbreitung der beiden (im Kanal vor- und zurücklaufenden) Grundmoden basiert. In der Realität sind dagegen die in Abbildung 9 skizzierten Vorgänge zu erwarten: Das durch die vorderste Öffnung gestörte instationäre Strömungsfeld breitet sich stromab aus und interagiert mit der nächsten stromab liegenden Öffnung. An jeder der Öffnungen werden alle möglichen Eigenmoden – insbesondere auch Grenzschichtwellen – angeregt, die an den anderen Öffnungen gestreut werden. Die Ausbreitung dieser Grenzschichtwellen oder auch „hydrodynamischen Moden“ führt wegen ihrer – verglichen mit Schallmoden – deutlich kleineren Wellenlänge zu einer Abhängigkeit der Wellenzahl vom Abstand der Öffnungen. Es können sich auch konvektiv instabile Mo-



trisiert, bringt neue Einsichten, die die früheren Erwartungen und Abschätzungen z.T. widerlegen:  $Z_T$  ist keine lokal reagierende Größe, sondern hängt von  $k_x$  ab. Bei der homogenen Wand hängt sie bei großen Verhältnissen zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Schall-Phasengeschwindigkeit quadratisch von der Strömungsgeschwindigkeit ab, während bei der inhomogenen Wand auch ein linearer Term zu erwarten ist. Entgegen der ursprünglichen Hoffnungen ist ihr Bezug zur akustischen Randbedingung kompliziert und noch mit der Schubspannungsverteilung in der akustischen Grenzschicht verknüpft. Die hier gezeigten Näherungen zur Vereinfachungen des Zusammenhangs gelten wiederum nicht allgemein bzw. setzen unrealistische Bedingungen voraus.

- Entgegen der ursprünglichen Erwartung ist die Impulstransferimpedanz  $Z_T$  kein direktes Maß für den konvektiven Impulsaustausch zwischen der Gleichströmung und der Wand. Stattdessen drückt  $Z_T$  ein kompliziertes Verhältnis aus: Der rein konvektive Impulsfluss der Gleichströmung, der von außen in die akustische Grenzschicht eindringt, wird auf seinem weiteren Weg zur Wand in einen schubspannungsgetragenen Impulsfluss umgewandelt, wobei ein Teil des Impulses auf die Grenzschichtströmung übertragen wird.
- Der Vergleich der mit dem homogenen Modell berechneten Impulstransferimpedanz mit früheren Messungen an realen Linern deutet darauf hin, dass mit dem homogenen Wandmodell einige entscheidende Effekte des Impulstransfers an realen Linern nicht erfasst werden: Obwohl die Größenordnungen der Ergebnisse übereinstimmen, wird bei der Phase ein unterschiedlicher frequenzabhängiger Trend ermittelt.

## Danksagung

Die Autoren bedanken sich für die Unterstützung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft, durch die dieses Projekt finanziert wird (*SCHU 3376/2-1*). Die hier gezeigten Ergebnisse wurden zum großen Teil während eines Forschungsaufenthaltes an der Technischen Universität Wien erarbeitet. Den Gastgebern Dr. F. Toth und Prof. M. Kaltenbacher sei für ihre Gastfreundschaft und Diskussionsbereitschaft herzlich gedankt.

## Literatur

- [1] Y. Aurégan. On the use of a stress-impedance model to describe sound propagation in a lined duct with grazing flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 143:2975–2979, 2018.
- [2] Y. Aurégan, R. Starobinski, and V. Pagneux. Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall. *Journal of the Acoustical Society of America*, 109(1):59–64, 2001.
- [3] H. Bodén, J. A. Cordioli, A. M. N. Spillere, and P. G. Serrano. Comparison of the effect of flow direction on liner impedance using different measurement methods. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 5 - 9 June 2017, Denver, CO*, number AIAA 2017-3184, 2017.
- [4] H. Bodén, L. Zhou, J. A. Cordioli, A. A. Medeiros, and A. M. N. Spillere. On the effect of flow direction on impedance eduction results. In *22th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 30 May-1 June 2016, Lyon, France*, number AIAA 2016-2727, 2016.
- [5] E. J. Brambley. Fundamental problems with the model of uniform flow over acoustic linings. *Journal of Sound a*, 322:1026–1037, 2009.
- [6] E. J. Brambley. Well-posed boundary condition for acoustic liners in straight ducts with flow. *AIAA Journal*, 49(6):1272–1282, 2011.
- [7] E. J. Brambley, M. Darau, and S. W. Rienstra. The critical layer in sheared flow. In *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 05 - 08 June 2011, Portland, Oregon*, number AIAA-2011-2806, 2011.
- [8] L. Cremer. Über die akustische Grenzschicht vor starren Wänden. *Archiv der elektrischen Übertragung*, 2:136–139, 1948.
- [9] L. Cremer. Theorie der Luftschall-Dämpfung im Rechteckkanal mit schluckender Wand und das sich dabei ergebende höchste Dämpfungsmaß. *Acoustica*, 3(2):249–263, 1953.
- [10] X. Dai and Y. Aurégan. Influence of shear flow on liner impedance computed by multimodal method. In *22th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 30 May-1 June 2016, Lyon, France*, number AIAA 2016-2924, 2016.
- [11] L. Enghardt, A. Fischer, A. Schulz, and S. Bussegerstengarbe. Determination of the impedance for lined ducts with grazing flow. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 4-6 June 2012, Colorado Springs, CO*, number AIAA-2012-2243, 2012.
- [12] J. Golliard, T. Humbert, J.-C. Le Roux, and E. Portier. Maine flow facility for the measurement of liner properties in presence of multi-modal acoustic field and grazing flow: qualification and first liner characterization. In *AIAA Aviation Forum, Virtual Event*, number AIAA 2017-2170, 2021.
- [13] U. Ingard. Attenuation and regeneration of sound in ducts and jet diffusers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 31(9):1202–1212, 1959.
- [14] U. Ingard. Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission. *Journal of the Acoustical Society of America*, 31:1035–1036, 1959.
- [15] X. Jing, S. Peng, L. Wand, and X. Sun. Investigation of straightforward impedance eduction in the presence of shear flow. *Journal of Sound and Vibration*, 335:89–104, 2015.

- [16] D. Khamis and E. J. Brambley. Analytic model and concise impedance boundary condition for viscous acoustics in ducted shear flow. In *22th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 30 May-1 June 2016, Lyon, France*, number AIAA 2016-2976, 2016.
- [17] D. Khamis and E. J. Brambley. Viscous effects on the acoustics and stability of a shear layer over an impedance wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 810:489–534, 2017.
- [18] D. Khamis and E. J. Brambley. Viscous effects on the attenuation of a plane wave by an acoustic lining in shear flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141, 2017.
- [19] G. Kirchhoff. Über den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. *Annalen der Physik und Chemie*, 210(6):177–193, 1868.
- [20] F. Mechel. Schalldämpfung und schallverstärkung in luftströmungen durch absorbierend ausgekleidete Kanäle. *Acustica*, 10(3):133–148, 1960.
- [21] E. Meyer, F. Mechel, and G. Kurtze. Experiments on the influence of flow on sound attenuation in absorbing ducts. *Journal of the Acoustical Society of America*, 30:165, 1958.
- [22] M. K. Myers. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *Journal of Sound and Vibration*, 71(3):429–434, 1980.
- [23] D. M. Nark, M. G. Jones, and E. Piot. Assessment of axial wave number and mean flow uncertainty on acoustic liner impedance education. In *IAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2018, ATLANTA, United States*, pages 1–12, 2018.
- [24] A. H. Nayfeh. Effect of the acoustic boundary layer on the wave propagation in ducts. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54(6):1737–1742, 1973.
- [25] J. Rebel and D. Ronneberger. The effect of shear stress on the propagation and scattering of sound in flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 158:469–496, 1992.
- [26] Y. Renou and Y. Aurégan. Failure of the ingardmyers boundary condition for a lined duct: An experimental investigation. *Journal of the Acoustic Society of America*, 130(1):52–60, July 2011.
- [27] S. W. Rienstra and M. Darau. Mean flow boundary layer effects of hydrodynamic instability of impedance wall. *Procedia Engineering*, 6:124–132, 2010.
- [28] R. Roncen, E. Piot, F. Méry, F. Simon, M. G. Jones, and D. M. Nark. Wavenumber-based impedance education with a shear grazing flow. 58(7).
- [29] D. Ronneberger. The acoustical impedance of holes in the wall of flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 24(1):133–150, 1972.
- [30] D. Ronneberger. The dynamics of shearing flow over a cavity - a visual study related to the acoustic impedance of small orifices. *Journal of Sound and Vibration*, 71(4):565–581, 1980.
- [31] A. Schulz, F. Bake, and D. Ronneberger. Effect on momentum transfer on the acoustic boundary condition of perforated liners with grazing mean flow. In *AIAA Aviation Forum, Virtual Event*, number AIAA 2017-2170, 2021.
- [32] A. Schulz, D. Ronneberger, C. Weng, and F. Bake. The effect of the convective momentum transfer on the acoustic boundary condition of perforated liners with grazing mean flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 2021.
- [33] A. Schulz, C. Weng, F. Bake, L. Enghardt, and D. Ronneberger. Modeling of liner impedance with grazing shear flow using a new momentum transfer boundary condition. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 5 - 9 June 2017, Denver, CO*, number AIAA 2017-3377, 2017.
- [34] A. Schulz, C. Weng, F. Bake, L. Enghardt, and D. Ronneberger. Eine neuartige Impedanz-Randbedingung zur vollständigen Beschreibung des akustischen Verhaltens perforierter Wandauskleidungen mit überströmung. In *DAGA 2019 - 45. Jahrestagung für Akustik*, 2019.
- [35] A. M. N. Spillere, L. A. Bonomo, J. A. Cordioli, and E. J. Brambley. Experimentally testing impedance boundary conditions for acoustic liners with flow: Beyond upstream and downstream. 489, 2020.
- [36] A. M. N. Spillere, J. A. Cordioli, and H. Bodén. On the effect of boundary conditions on impedance education results. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 5 - 9 June 2017, Denver, CO*, number AIAA 2017-3185, 2017.
- [37] R. Starobinski. Sound propagation in lining duct with essentially non-uniform distribution of velocity and temperature. In *Noise of jet engines, Issue 2, CIAM*, 752, pages 155–181, 1978.
- [38] W. R. Watson, M. B. Tracy, M. G. Jones, and T. L. Parrott. Impedance education in the presence of shear flow. In *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 28-30 May 2001, Maastricht, Netherlands*, number AIAA 2001-2263, May 2001.
- [39] C. Weng, A. Schulz, D. Ronneberger, L. Enghardt, and F. Bake. Flow and viscous effects on impedance education. *AIAA Journal*, 56(3):1118–1132, December 2018.
- [40] L. Zhou and H. Bodén. A systematic uncertainty analysis for liner impedance education technology. *Journal of Sound and Vibration*, 356:86–99, 2015.