

# Normgerechte Nachbildung analoger Terzfilter mit digitaler Technik – ein Auslaufmodell?

Cédric Schnieringer, Frank Kameier

Düsseldorf, University of Applied Sciences, Institute of Sound and Vibration Engineering ISAVE, Münsterstr. 156, 40476 Düsseldorf, Deutschland. Email: cedric.schnieringer@study.hs-duesseldorf.de

## Einleitung

Nach dem aktuellen Stand der DIN EN 61260-1 werden Anforderungen zur Darstellung von Oktav- oder 1/3 Oktavspektren für analoge Filter formuliert. Analoge Messtechnik wäre allerdings problematisch (Größe, Gewicht, Verfügbarkeit), daher werden zur Einhaltung der Grenzwerte bei der computergestützten Messdatenverarbeitung diese analogen Filter mittels digitaler Filter nachgebildet. Es existiert eine genauere und zeitgemäße Methode zur Berechnung von Oktavspektren, indem spektrale Komponenten im Schmalband ohne Filterung im Zeitbereich aufaddiert werden. Diese Methode über FFT-Berechnungen wird in der Norm nicht explizit erwähnt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden beide Methoden mithilfe der MATLAB Signal Processing Toolbox implementiert und für verschiedene Testsignale systematisch, anhand der graphischen Darstellung und mithilfe des Theorems von Parseval, miteinander verglichen. Bei den verwendeten Filterfunktionen handelt es sich durchgehend um Butterworth Filter. Abschließend werden die Methoden für tiefe Frequenzen quasi gemäß DIN 45680 /6/ erweitert.

## Methode über FFT-Berechnungen

Zunächst erfolgt die Berechnung des Amplitudenspektrums mit dem in MATLAB verfügbaren spectrogram(...) Befehl, vgl. /1/. Die resultierenden Amplitudenwerte werden mit der Blockgröße dividiert, damit nach der hier korrekten Definition der diskreten Fouriertransformation (vgl. /2/ S.96) die Einheit Pa resultiert. Verluste aufgrund der normalisierten Fensterfunktionen in MATLAB werden korrigiert vgl. /3/. Abschließend wird über die Anzahl der Blöcke gemittelt, was im Hinblick auf Parsevals Theorem eine arithmetische Mittelung der quadrierten Amplitudenspektren bedeutet, vgl. /2/, S.109. Wurzelziehen führt zu dem blockweise gemittelten Amplitudenspektrum, dessen Gesamtpegel (OAL) bei genügend Mittelungen dem quadratischen Mittel (RMS) im Zeitbereich entspricht.

Das gemittelte Amplitudenspektrum wird direkt zur Berechnung der Amplituden von Oktavbändern verwendet. Hierzu werden alle Schmalband-Komponenten innerhalb der zwei Grenzfrequenzen des jeweiligen Oktavbands aufsummiert. Hierbei wird ein Formfaktor aufgrund der Fensterverlustleistung berücksichtigt, der bei einem Hanning Fenster 1,5 beträgt, vgl. /3/, vgl. /5/ S.36. In MATLAB ist dies leicht mithilfe zweier ineinander geschachtelter Schleifen zu realisieren. Die exakten Bandmittenfrequenzen  $f_m$ , deren Nennwerte, sowie die unteren bzw. oberen Grenzfrequenzen  $f_1$  und  $f_2$  werden nach DIN EN 61260-1 bestimmt.

## Nachbildung analoger Filter

Die Norm sieht die Verwendung von Bandpassfilter vor. Das Intervall aus den Grenzfrequenzen  $[f_1, f_2]$  bildet den Filter-Durchlassbereich. Die einzelnen Oktavpegel folgen aus dem RMS der gefilterten Zeitdaten über die gesamte Zeitspanne. Dämpfungskurven bei denen die Filterdämpfung über die normierte Frequenz  $\Omega = f/f_m$  dargestellt wird, sind bei der Implementierung eine nützliche Orientierungshilfe und erlauben einen visuellen Abgleich mit den in der Norm festgelegten Akzeptanzgrenzen. Im Rahmen dieser Arbeit werden Akzeptanzgrenzen der Klasse 1 verwendet, vgl. /4/.

Wird ein Impuls als Eingangssignal verwendet, lassen sich anhand der Dämpfungskurven tieffrequenter Oktavbänder Verzerrungen erkennen, welche zum Überschreiten der Akzeptanzgrenzen führen können. Durch Abändern der Analyseparameter lässt sich feststellen, dass diese Instabilitäten bei schmalen Filter-Durchlassbereichen und hoher Filterordnung zunehmen und die Abtastrate die hierfür relevante Stellschraube ist. Da ein Signal zu diesem Zeitpunkt bereits abgetastet ist, wird die Abtastrate aus den vorhandenen Zeitdaten reduziert, vgl. /2/, S.147. Das Vorgehen wird schematisch in Abb. 1 gezeigt. In Abb. 2 werden die Auswirkungen der reduzierten Abtastrate auf die Dämpfungskurve im Oktavband mit  $f_m = 250$  Hz verdeutlicht. Für tiefere Frequenzen ist es notwendig, die Abtastrate mehrfach zu halbieren.

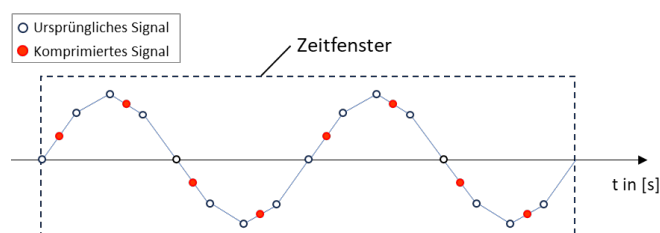


Abbildung 1: Halbieren der Abtastrate bestehender Zeitdaten.

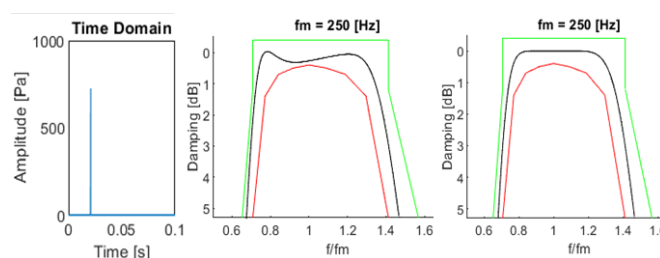
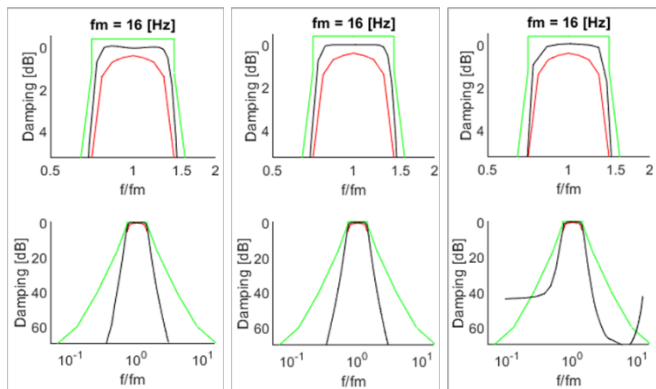


Abbildung 2: Dämpfungskurven – Impulsantworten für Filter 4. Ordnung mit Akzeptanzgrenzen der Norm, instabile Dämpfungskurve (mitte), Halbieren der Abtastrate auf 24000 Hz (rechts).

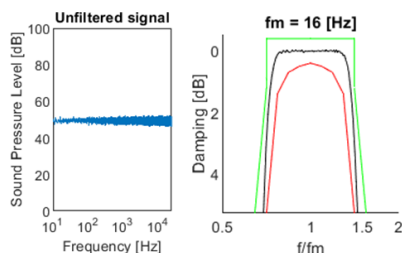
Zur Vermeidung von Aliasing werden Zeitdaten mit einem Tiefpassfilter versehen, bevor die Abtastrate reduziert wird. Die gewählte „Abschneidefrequenz“ ist 1/3 der Abtastrate, damit spektrale Anteile oberhalb der neuen Frequenzspanne ausreichend unterdrückt werden. Hierbei wird darauf geachtet, dass sich die Durchlassbereiche der Oktavfilter nicht in dem unterdrückten Bereich durch den Tiefpass befinden.

Nach der Reduzierung der Abtastrate, ist eine Mindestanzahl von verbleibenden Stützstellen  $N$  im Zeitfenster erforderlich, damit die Akzeptanzgrenzen der Norm nicht überschritten werden. Dies wird in Abb. 3 am Beispiel der 16 Hz Oktave erläutert, bei der die Abtastrate für eine stabile Impulsantwort für Filter 6. Ordnung mindestens durch  $d = 128$  geteilt werden muss und somit 375 Hz statt 48000 Hz beträgt. Eine verbleibende Stützstellenanzahl von 512 bedeutet dann 65536 Stützstellen im ursprünglichen Signal gemäß Abb. 1.



**Abbildung 3:** Instabile Impulsantwort bei  $d = 64$  und  $N = 512$  (links), stabile Impulsantwort bei  $d = 128$  und  $N = 512$  (mitte), Überschreiten der Akzeptanzgrenzen bei  $d = 128$  und  $N = 256$  (rechts).

Eine Nebenerkenntnis dieser Arbeit ist, dass Dämpfungskurven auch für die später verwendeten Testsignale durch Block-Mittelungen z.B. mit einem Hanning Fenster berechnet werden könnten. Es wird bei den darauffolgenden Auswertungen darauf geachtet, dass die aus den verwendeten Testsignalen resultierenden Dämpfungskurven zusätzlich zu den Impulsantworten die Akzeptanzgrenzen der Norm erfüllen.



**Abbildung 4:** Dämpfungskurve bei weißem Rauschen, Berechnung mit Hanning-Fenster.

### Vergleich beider Methoden

Bei den verwendeten Testsignalen handelt es sich um weißes Rauschen ohne und mit überlagertem Sinuston. Die Tiefpassfilter gegen Aliasing sind Filter 6. Ordnung. Für das tieffrequenteste Oktavband (hier bei  $f_m = 16$  Hz) wird die Abtastrate 64mal halbiert ( $d = 128$ ), damit Filter 6. Ordnung nicht instabil werden. Im Rahmen dieser

Arbeit wird durchgehend eine Abtastrate von 48000 Hz verwendet.

Es wird zunächst überprüft, inwiefern das Theorem von Parseval bei beiden Methoden erfüllt ist, indem der RMS im Zeitbereich mit dem OAL im Frequenzbereich verglichen wird. Der OAL im Frequenzbereich folgt durch Aufsummieren der 11 Oktavpegel. Da Frequenzen über der oberen Grenzfrequenz der 16000 Hz Oktave nicht im Oktavspektrum vorkommen, werden diese bei der Berechnung des RMS im Zeitbereich durch einen weiteren Tiefpassfilter 6. Ordnung unterdrückt. Der energetische Einfluss spektraler Komponenten unterhalb von 11,2 Hz wird vernachlässigt. Dies führt zu einem minimalen Fehler bei der Berechnung des RMS, der jedoch bei einem Vergleich beider Methoden keine Rolle spielt.

In Tab. 1 und 2 wird der relative Fehler bzgl. des Theorems von Parseval bei weißem Rauschen und an ausgewählten Sinuston-Frequenzen ausgewertet. Hierbei ist zu erkennen, dass das Theorem von Parseval bei der physikalisch richtigen FFT-Methode in der dritten Nachkommastelle (dB) und bei der normgerechten Methode in der ersten Nachkommastelle (dB) erfüllt ist. Bei der Anwendung von Filtern entstehen diese Diskrepanzen zwischen der Energie im Zeit- und im Frequenzbereich, insbesondere wenn sich die Frequenz des Sinustons im Randbereich eines Oktavbands befindet. Eine zunehmende Amplitude des Sinustons im Vergleich zum Rauschpegel vergrößert den Fehler zusätzlich.

**Tabelle 1:** Erfüllung von Parsevals Theorem ausgewählter Testsignale, FFT-Methode, a: SR-Verhältnis = 40 dB, b: SR-Verhältnis = 50 dB.

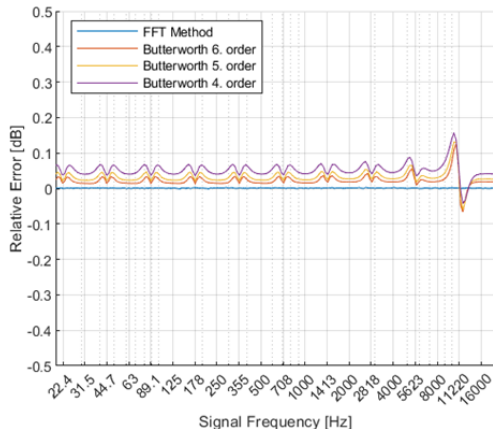
Signaltyp	$f_{\text{sinus}}$	RMS	OAL	Fehler
	[Hz]	[dB]	[dB]	[dB]
Rauschen	-	90.7	90.7	0.00
Sinus+Rauschen a	24	99.3	99.3	0.00
Sinus+Rauschen b	24	93.8	93.8	0.00
Sinus+Rauschen a	31.5	99.3	99.3	0.00
Sinus+Rauschen b	31.5	93.8	93.8	0.00

**Tabelle 2:** Erfüllung von Parsevals Theorem ausgewählter Testsignale mit Filter 4. Ordnung, a: SR-Verhältnis = 40 dB, b: SR-Verhältnis = 50 dB.

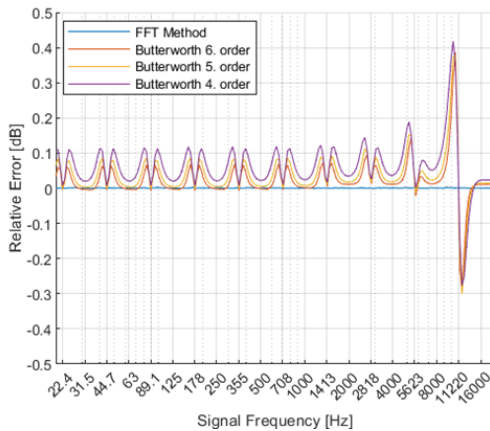
Signaltyp	$f_{\text{sinus}}$	RMS	OAL	Fehler
	[Hz]	[dB]	[dB]	[dB]
Rauschen	-	90.7	90.7	0.05
Sinus+Rauschen a	24	99.3	99.4	0.06
Sinus+Rauschen b	24	93.8	93.9	0.09
Sinus+Rauschen a	31.5	99.3	99.4	0.04
Sinus+Rauschen b	31.5	93.8	93.9	0.02

Der relative Fehler wird nun an einer Vielzahl von Sinuston-Frequenzen in logarithmischen Abständen über die gesamte Frequenzspanne ausgewertet und graphisch dargestellt, vgl. Abb. 5 und 6. Bei der Anwendung von Filtern ist sichtbar, dass Fehler bzgl. der Erfüllung von Parsevals Theorem mit höherer Filterordnung kleiner werden, sowie von der Frequenz und Amplitude des Sinustons abhängen: In der

Nähe einer Mittenfrequenz  $f_m$  ist der Fehler geringer als im Randbereich eines Oktavbands.

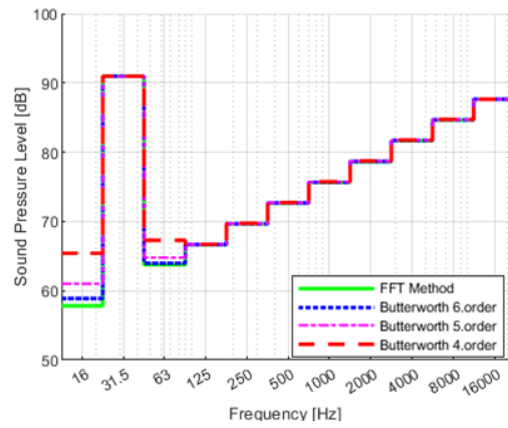


**Abbildung 5:** Relativer Fehler bzgl. Parsevals Theorem bei variierender Sinuston-Frequenz, SR-Verhältnis = 40 dB.

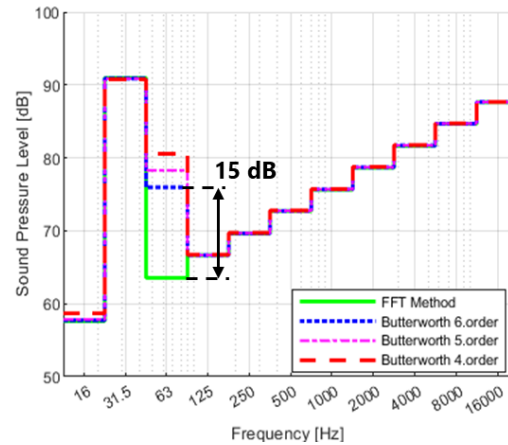


**Abbildung 6:** Relativer Fehler bzgl. Parsevals Theorem bei variierender Sinuston-Frequenz, SR-Verhältnis = 50 dB.

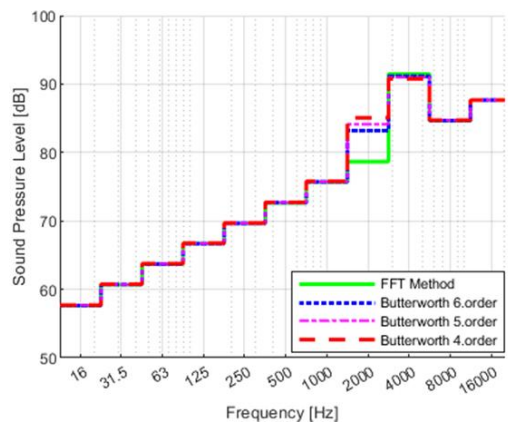
Als Nächstes werden Oktavspektren ausgewertet. In Abb. 8 befindet sich die Frequenz des Sinustons nahe der Mitte eines Oktavbands, während sich in Abb. 8 und 9 die Frequenz des Sinustons im Randbereich eines Oktavbands befindet. Bei der FFT-Methode wirkt sich der Sinuston hauptsächlich im entsprechenden Oktavband aus. Benachbarte Oktavbänder werden äußerst geringfügig beeinflusst, wenn Signalfrequenzen zwischen zwei schmalbandigen Frequenzlinien liegen. Bei der Verwendung von Filtern werden mehrere Oktavbänder durch den Sinuston beeinflusst. Die Diskrepanz zu der physikalisch korrekten Methode über FFT-Berechnungen ist deutlich sichtbar, wenn die Frequenz des Sinustons in der Nähe einer Grenzfrequenz liegt und wenn das SR-Verhältnis groß ist. Es ist ebenfalls zu erkennen, dass sich diese Diskrepanz nur bedingt durch Erhöhen der Filterordnung reduzieren lässt. In Abb. 8 beträgt der Unterschied zwischen der FFT-Methode und der Berechnung mit Filter 6. Ordnung im Oktavpegel bei  $f_m = 63$  Hz etwa 15 dB. Aus dem Vergleich mit Tab. 2 fällt auf, dass sich die deutlich erkennbaren Diskrepanzen der Oktavpegel in dB nur geringfügig im Gesamtpegel auswirken.



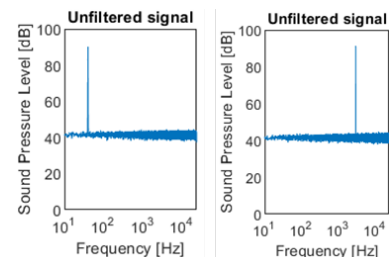
**Abbildung 7:** Oktavspektrum eines 31,5 Hz Sinustons (nahe einer Oktavband-Mitte), SR-Verhältnis = 50 dB.



**Abbildung 8:** Oktavspektrum eines 40 Hz Sinustons, (im Randbereich eines Oktavbands), SR-Verhältnis = 50 dB.



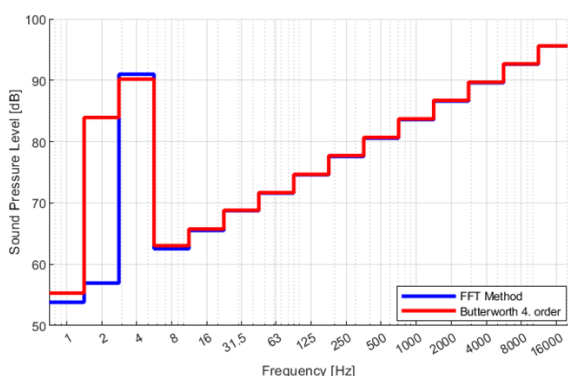
**Abbildung 9:** Oktavspektrum eines 3000 Hz Sinustons, (im Randbereich eines Oktavbands), SR-Verhältnis = 50 dB.



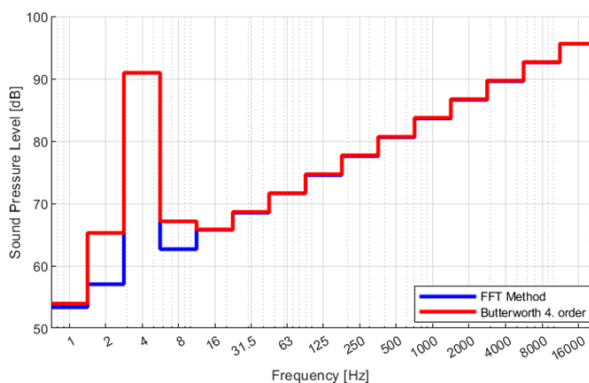
**Abbildung 10:** Testsignale für oben gezeigte Oktavspektren.

Abschließend werden Frequenzen im Infraschallbereich ebenfalls mit beiden Methoden dargestellt. Die Grenzfrequenzen werden weiterhin mit den Berechnungsvorschriften aus DIN EN 61260-1 bestimmt. Es werden Filter 4. Ordnung verwendet, welche bei der Oktave mit  $f_m = 1$  Hz eine reduzierte Abtastrate von etwa 47 Hz für eine stabile Impulsantwort benötigen ( $d = 1024$ ). Es sind zudem  $2^{21}$  Stützstellen im ursprünglichen Signal erforderlich, was eine Signallänge von mindestens 44 Sekunden bedeutet. Analog hierzu könnte auch für ein 1/3 Oktavspektrum erweitert werden, indem die Abtastrate an die entsprechende Bandbreite und Filterordnung angepasst wird.

Die Oktavspektren werden anhand verschiedener Signal-Frequenzen ausgewertet, vgl. Abb. 11 und 12, und der Fehler des Gesamtpegels bzgl. Parsevals Theorem wird in Tab. 3 gezeigt. Die für den Frequenzbereich von 16 Hz – 16000 Hz bereits beschriebenen Erkenntnisse werden bestätigt.



**Abbildung 11:** Oktavspektren eines 3 Hz Sinustons, (im Randbereich eines Oktavbands), SR-Verhältnis = 50 dB.



**Abbildung 12:** Oktavspektren eines 4 Hz Sinustons, (nahe einer Oktavband-Mitte) SR-Verhältnis = 50 dB.

**Tabelle 3:** Fehler des Gesamtpegels (Parsevals Theorem) der Oktavspektren aus Abb. 11 und 12.

Signaltyp	f_sinus	FFT-Methode	Filter 4. Ord.
	[Hz]	[dB]	[dB]
Rauschen	-	0.00	0.05
Sinus+Rauschen	3	0.00	0.06
Sinus+Rauschen	4	0.00	0.05

## Zusammenfassung

Es wurden Hintergründe zur Berechnung zweier Methoden zur Analyse von Schalldrucksignalen in Oktavbändern erklärt. Die FFT-Methode ist physikalisch richtig und erfordert lediglich eine Berechnung des Schmalbandspektrums mit anschließender Gesamtpegelberechnung bei einer Frequenzauflösung von z.B. 1 Hz. Die Darstellung eines vollständigen Oktavspektrums ist trotz Hinzunehmens tieffrequenter Oktavbänder leicht zu bewerkstelligen. Die hier beschriebenen Beobachtungen zeigen eindeutig, dass diese Methode für eine zeitgemäße Frequenzanalyse in Terzen oder Oktaven die bessere Wahl ist.

Bei der Nachbildung analoger Filter mittels digitaler Filterung im Zeitbereich wird das Theorem von Parseval in der ersten Nachkommastelle (dB) erfüllt. Dennoch ist der Fehler in der graphischen Darstellung als Oktavspektrum deutlich zu erkennen und hängt von der Frequenz und dem Signal zu Rausch-Verhältnis des zu analysierenden Signals ab. Die gleichzeitige Darstellung besonders tiefer und hoher Frequenzen erfordert mehrfaches Reduzieren der Abtastrate und unter Umständen hohe Signallängen.

Die FFT-Methode erfüllt die Vorgaben der DIN EN 61260-1. Es stellt sich die Frage, ob sie explizit in der Norm erwähnt werden sollte. Die Filterung im Zeitbereich erfordert eine angepasste Abtastrate an die gewünschte Filterordnung und eine Berücksichtigung der Frequenzspanne. Die vorliegende Untersuchung hat zudem gezeigt, dass die Nachbildung analoger Filter vom Implementierungsaufwand her anspruchsvoller ist als die FFT-Methode. Ziel war es eigentlich, alte Handschallpegelmesser mit analoger Technik weiter zu erlauben. Erlaubt die Norm dafür nicht zu viel Raum für Frequenzen zwischen zwei Oktaven?

## Literatur

- 1/ The MathWorks, Inc.: "Spectrogram using short-time Fourier transform". Letzter Zugriff am 13.03.2024 <https://de.mathworks.com/help/signal/ref/spectrogram.html>
- 2/ Butz, Tilman: Fouriertransformation für Fußgänger, 7., aktualisierte Auflage. Vieweg+Teubner | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2011
- 3/ Schmid, Hanspeter: How to use the FFT and Matlab's pwelch function for signal and noise simulations and measurements. University of Applied Sciences Northwestern Switzerland, 2012. Letzter Zugriff am 13.03.2024 <http://schmid-werren.ch/hanspeter/publications/2012fftnoise.pdf>
- 4/ DIN EN 61260-1: Elektroakustik – Bandfilter für Oktaven und Bruchteile von Oktaven – Teil 1: Anforderungen (IEC 61260-1:2014); Deutsche Fassung EN 61260-1:2014. Berlin : Beuth, 2014
- 5/ Kameier, Frank; Reinartz, Dieter: Strömungsakustik (Strömungstechnik & Akustik). Fachhochschule Düsseldorf, 2001. Letzter Zugriff am 13.03.2024 [http://stroemungsakustik.de/old.mv.fh-duesseldorf.de/d\\_pers/Kameier\\_Frank/d\\_lehre/b\\_stroemungsakustik/skript\\_stroeakustik.pdf](http://stroemungsakustik.de/old.mv.fh-duesseldorf.de/d_pers/Kameier_Frank/d_lehre/b_stroemungsakustik/skript_stroeakustik.pdf)
- 6/ DIN 45680: Messung und Beurteilung tieffrequenter Geräuschmissionen, Entwurf 06-2020.